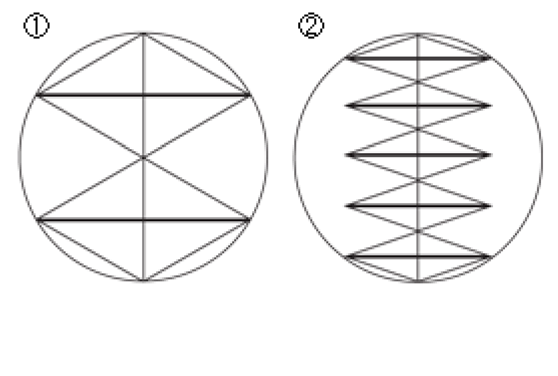
中級問題 (中学生以上向け)	－	 明治 34 年(1901)に観福寺(一関市)に奉納された算額の問題です。 **図のように、2つの合同なひし形が互いに接して、円に内接しています。円の直径を 10cm とするとき、ひし形の長い方の対角線の長さを求めなさい。①** **同様に、ひし形が5つの場合について求めなさい。②**

審査員講評

今年度の中級問題には、７８１名から投稿がありました。複数の別解を寄せられた方もおり解答数はそれを上回ります。１１歳から８６歳の方まで、幅広い年齢層から解答が寄せられました。また、さまざまな感想も寄せられ投稿者の解答作成にあたっての工夫や熱意が感じられました。

豊島岡女子学園中学校、慶応義塾高等学校からは団体で投稿がありました。慶応義塾高等学校は大半の方が素晴らしい内容の解答を寄せられ、非常に頼もしく感じられました。

この問題は、一関市の観福寺の算額からの出題でした。観福寺の算額の問題は、当地の方々から３０題が奉納されておりその１題です。

補助線として円の直径を引くことやひし形の対角線の半分を使用することなどで、直角三角形を作りピタゴラスの定理を使用して解答できる問題です。正答率は８０．６％の高率になりました。

解答は大別して以下の５通りになります。

解答１　補助線として円の直径を引きピタゴラスの定理を使用する方法。
中学生や高校生に多く見られました。

解答２　一般化して、ひし形の個数をｎ個、円の半径をｒとしてピタゴラスの定理を使用して対角線の一般解を求め、そして特殊解として（ｎ，ｒ）＝（２，５）（５，５）を代入して求める方法。数列化されることは、多くの方が気づかれたようです。

解答３　「方べきの定理」を使用する方法。洞察力に敬服しました。

解答４　ひし形のなす大きい方の角θを使用して三角比により表現し求めていました。ユニークな方法で感覚を評価します。

解答５　円周角をθとおくと中心角は２θなりますが、このｔａｎ２θを倍角公式表現して求める方法。

誤答と採点した答案は、半正解や不注意によるものと記載ミスなどで非常に残念な解答でした。
また、解答者の一部の方は和算には平方根がないと考え、近似値で解答していました。関孝和が考案した傍書法では、例えば$\sqrt{3}$は「三ノ」の形で表現されています。また、円理その他により無理数もかなりの桁数まで計算されています。ピタゴラスの定理も和算家に好まれ、たくさんの証明方法があります。表現がいまの高校生の教科書とはすこし異なりますが、余弦定理もあります。

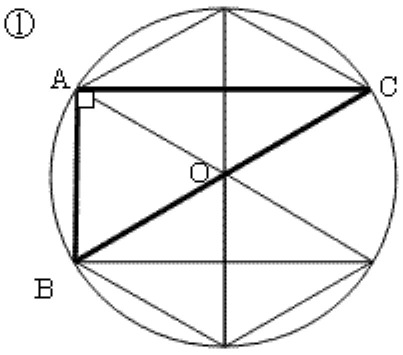
江戸時代の後半にはかなり正確な三角表も「八線表」の名称でありました。三角表は「正弦・余弦・正接」の値の表ですが、八線表には他の値もあります。

和算には幾何学はもちろんのこと、解析学や代数の分野でも西洋数学と類似の内容がたくさんあります。西洋より早くに解かれた問題や発見された定理もありました。

和算家のみならず多くの一般の人々にも数学は好まれ学ばれ、そのような背景からこのような美しい幾何の問題が算額として神社仏閣に奉納されました。

解答例

①



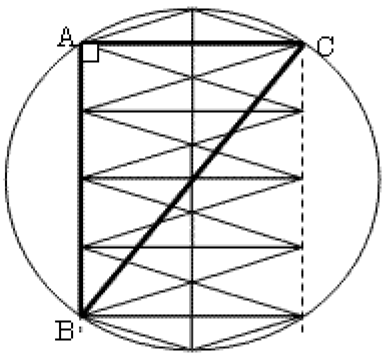
直径の上に立つ円周角は90°である
左図でAB = 5cm、ACを χ cmとすると、
三平方の定理により

$5^2+\chi^2=10^2 \qquad \chi^2=75$

$\therefore\ x=5\sqrt{3}$

(答)　$5\sqrt{3}cm$

②



左図でAB = 8cm、ACを χ cmとすると
三平方の定理により

$8^2+\chi^2=10^2$

$\chi^2=36$

$\therefore\ \chi=6$

(答)　$6cm$

中級問題


千葉胤規

中級問題は、昨年度に引き続き、一関市舞川の観福寺観音堂に明治３４年（１９０１)旧暦１１月１７日に、千葉六郎胤規の校閲を受けて、関流十伝小野寺甚七定家の門人３０名が奉納した算額の問題です。この算額は２枚１組の大型の算額で、奉納されたのが比較的新しいので保存状態もよく美しい算額です。

さて、中級の問題は第１額の１２番目にあり、三浦勇亮貞道の提出したものです。算額には次のように描かれています。図は４個の菱形を書いていますが、一般化して円の直径から菱形の長い方の対角線を求める方法が問われています。

今有如図全円内設等菱 仮角四箇 只云全円径若干問随菱個数得菱長術如何

答曰如左文

術曰置箇数陪之内一個開平方以箇除之乗全円径菱長合問

三浦勇亮貞道

《現代訳》

問題　今、図のように、全円の中に等しい菱形が設けられている。仮に４個で示している。
全円の直径があたえられているとき、菱形の個数にしたがって菱長(菱形の長い方の対角線の長さ)を求めるにはどうすればよいか。

答え　左の文のとおり

術　個数をおき、倍にして１を(除き)平方に開く、個数でわり、全円径を乗ずれば、菱長となる。

現代風の式にすれば、$\frac{\sqrt{2(\text{個数})-1}}{(\text{個数})}\times(\text{全円の直径})=(\text{菱長})$　となる。

この式に至る方法は不明ですが、今回の応募者の中でも一般化して同じ式を導いた方もおりました。