

## 和算に挑戦 ー平成 23 年度初級解答例ー

### 初級問題 (小学生以上向け)



元禄10年(1697)に出版された『算法天元録』の問題をもとにしました。

3人兄弟がいます。三男の年齢は長男の4分の3、次男の年齢は長男の6分の5です。また、次男は三男より8歳年上です。3人の年齢を求めなさい。

### 審査員講評

今年も初級問題に沢山の応募をいただきました。応募総数は891件、今回は丁度10回目の節目に当たりますが奇しくも応募総数も過去最多を記録しました。

学級単位や、学年単位で取り組み、まとめて応募してくれた学校が新しく増えたので、これが大幅増に結び付いたのではと思います。ご指導くださいました学校の先生方に敬意と感謝を申し上げます。また、70代以上の方の応募が多かったことも特徴の一つだと思います。

さて、解答についてですが、少数ですが解答として結果だけを書いて他に何も書いていないというものがありません。算数・数学では、どのようにして答を得たのか、途中の考え方を大事にします。自分はこのように考えたということを他の人にわかってもらえるように丁寧に文章で表して欲しいと思います。文章できちんと表現する習慣が身につけば、今まで以上に筋道を立てて考える力がついてくると思います。

また、長男の年齢の $\frac{1}{12}$ が8歳となるということを書いた人が何人かいました。 $\frac{1}{12}x=8$  などであればよいのですが、1文字がないことで数式として成り立たなくなってしまう。答えの数値も正しく出ており考え方は正しいことは我々もわかるのですが、不正解とせざるを得ませんでした。

寄せられた解答を大別すると次のようになるようです。

- i) 方程式を作って解く。
- ii) 長男の年齢を12等分し、1目盛が何歳に当たるかを求める。
- iii) 年齢は整数(正の整数)だから長男の年齢を12の倍数として、あとは題意に合う答えが出るまで調べていく。
- iv) 時計の文字盤や360度の円盤を利用し、1目盛(1区画)が何歳に当たるかを求める。

i) の方法は、中、高、一般に圧倒的に多い解法でした。方程式を用いた人には、この初級問題は簡単すぎる問題だったようです。

ii) 方程式を利用しない人に多い解法で、小学生に多くみられました。

iii) 方程式を学んでいない小学生にも多い解法でした。ある 70 代の方は、A4 用紙 3 ページにわたる表を作って調べていました。このエネルギーに脱帽です。

iv) 分数や方程式をまだ学んでいない人にも、分かりやすく考えられる方法だと思いました。

このように応募された皆さんの様々な解答に接し、856 通の答案を見るのは大変ながら、楽しいひとときでありました。理数系離れが問題になる昨今、逆に将来に力強さを感じる時間でありました。

「和算に挑戦」にまだまだ多くの人に挑戦していただき数学の楽しさを知って欲しいと願っています。

## 解答例

### 解答例 1

長男の年を  $4x$  とすると、次男の年齢は  $4x \times \frac{5}{6}$

三男の年齢は  $4x \times \frac{3}{4} = 3x$  となる

次男は三男より 8 歳多いから

$$4x \times \frac{5}{6} = 3x + 8 \quad \text{が成り立つ}$$

$$\begin{aligned} \text{分母を払うと} \quad 20x &= 18x + 48 \\ 2x &= 48 \end{aligned}$$

$$\text{ゆえに} \quad x = 24$$

$$\text{従って} \quad \text{長男の年齢は} \quad 4x = 4 \times 24 = 96(\text{歳})$$

$$\text{次男の年齢は} \quad 4x \times \frac{5}{6} = 80(\text{歳})$$

$$\text{三男の年齢は} \quad 3x = 3 \times 24 = 72(\text{歳})$$

答. 長男 96歳、次男 80歳、三男 72歳

### 解答例 2

次男の年齢は長男の 6 分の 5、三男の年齢は長男の 4 分の 3 である。

6 と 4 の最小公倍数の 12 を分母にすると、

次男の年齢は長男の 12 分の 10、

三男の年齢は長男の 12 分の 9 となる。

その差の 12 分の 1 が 8 歳にあたる。

これを図にすると、以下のようになる。



図より、

長男の年齢は、 $8 \times 12 = 96$  (歳)

次男の年齢は、 $8 \times 10 = 80$  (歳)

三男の年齢は、 $8 \times 9 = 72$  (歳)

答. 長男 96 歳、次男 80 歳、三男 72 歳

## 解説

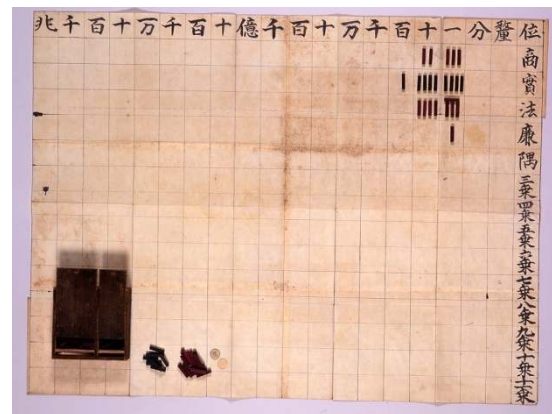
### 初級問題

初級問題は、大坂の西脇利忠によって元禄10年(1697)に出版された『<sup>さんぼうてんげんろく</sup>算法天元録』にある問題です。

この本は、上中下の3巻本で、中国から伝来した天元術という計算方法を解説しています。天元術は、算木と算盤さんばんという計算道具を使って、高次方程式を解く方法です。問題の配列は、奈良時代に中国から伝わった数学書「九章算術」の章立てにならっています。九つの章は、方田・粟布・衰分・少広・商功・均輸・盈朒・方程・勾股ですが、この区分によって数学を学ぶことは、江戸時代末期まで行われていました。



算法天元録



算木と算盤

「九章算術」の九つの章

第1章	方田 <sup>ほうでん</sup>	田地の面積計算の問題。主に掛け算を使う問題。
第2章	粟米 <sup>もくまい</sup>	穀物交互の交換の問題。主に割り算を使う問題。
第3章	衰分 <sup>さいぶん</sup>	比例の問題。
第4章	少広 <sup>しょうこう</sup>	方田の逆の問題で、開平法、開立法を扱う問題。
第5章	商功 <sup>しょうこう</sup>	土木工事に関する問題。
第6章	均輸 <sup>きんゆ</sup>	輸送の問題
第7章	盈不足 <sup>えいふそく</sup>	過不足算の問題
第8章	方程 <sup>ほうてい</sup>	未知数が2つと3つの場合の連立方程式の問題
第9章	勾股 <sup>こうこ</sup>	三平方の定理を用いて解く問題と簡単な測量問題

初級問題は、「衰分」の項目の4番目の問題です。

《原文》



問題は

たとひ 假如兄弟三人アリ、小弟ノ歳数<sup>トシカズ</sup>ヲ長兄<sup>クラフ</sup>ニ比レハ四分ノ三、次兄ノ歳数ヲ長兄ニ比レハ六分ノ五、又小弟ヨリ次兄ノ次男ノ多キ事八歳ナリ、各若干ヲ問

とあります。今年度の問題は、現代よく使われている言葉に置き替えて作成しました。答えは

長兄九十六歳  
答曰 次男八十歳  
小弟七十二歳

とあります。

続く「○術二曰」以下で問題の解き方を書いています。

中程にある枠で囲んだ部分が天元術の計算方法を段階的に示した部分で、それに合わせて文章が解説されています。

天元術は、算木という長さ3cmほどの木の棒を、升目に位取りなどを示した算盤という紙の上に並べて計算していくものですが、この本では算盤は使わず、位によって算木の置き方を変えて(90°回転)区別しています。また算木は、赤や黒などの色分けで、正負の区別をしますが、本では斜めの線を引いて負の数表現しています。「○」は算木を置かないこと、つまり空位の0を示しています。

### 算木による数字の表し方

┌	6		1
┘	7		2
┐	8		3
└	9		4
			5

算盤を使わない時

十、千…の位では、縦・横逆に置く

例 73,462

┘≡||||┌||

では、本に沿って見てみましょう。

「術に曰く、天元の一を立て小弟の歳数となす」とあります。これは、小弟(三男)の歳を「天元の一」、つまり未知数、現代風に言えば  $x$  とするという意味です。「術曰」から、6行目までの文章の部分は、以下のような式になります。

長兄(長男)の歳を長兄、次兄(次男)の歳を次兄、小弟(三男)の歳を小弟と書くとすると、

$$\text{小弟} \times 4 = 3 \times \text{長兄} \cdots \textcircled{1}$$

$$3 \times \text{長兄} \times 5 = 15 \times \text{長兄} \cdots \textcircled{2} \text{ 左に寄せる}$$

$$\text{小弟} + 8 = \text{次兄} \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{次兄} \times 6 = 5 \times \text{長兄} \cdots \textcircled{4}$$

$$5 \times \text{長兄} \times 3 = 15 \times \text{長兄} \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{5} \text{と} \textcircled{2}、\textcircled{4} \text{と} \textcircled{1} \text{から } 20 \times \text{小弟} = 18 \times \text{次兄}$$

$$\text{次兄} = \frac{10}{9} \times \text{小弟} \text{ これを} \textcircled{3} \text{へ代入して}$$

$$\text{小弟} + 8 = \frac{10}{9} \times \text{小弟}$$

$$\text{これより} \frac{1}{9} \times \text{小弟} = 8 \text{ 従って 小弟} = 72$$

$$\text{次兄} = \text{小弟} + 8 = 72 + 8 = 80$$

$$\textcircled{4} \text{より長兄} = \frac{6}{5} \times \text{次兄} = \frac{6}{5} \times 80 = 6 \times 16 = 96$$

最後から5行ほどは、「按古法」とあり、古い方法について考えた部分です。はじめに四分の三、六分の五の分母と分子をそれぞれかけてひいた数を法(算盤で1次の係数を置くところ)とするとあります。現代風の式に直すと以下のようにになります。

$$4 \times 5 - 6 \times 3 = 20 - 18 = 2 \cdots \text{法}$$

$$18 \times 8 = 144$$

$$144 \div 2 = 72 \cdots \text{三男の歳}$$

これは、三男の歳を  $x$  として解いたもので、以下のような計算の過程の一部を書いています。

$$\text{題意により、長男の歳は} \frac{4}{3}x \text{となる}$$

次男の歳を考えると

$$\frac{4}{3}x \times \frac{5}{6} = x + 8$$

$$\frac{20}{18}x = x + 8$$

$$20x = 18x + 18 \times 8$$

$$20x - 18x = 18 \times 8$$

$$2x = 144$$

$$x = 144 \div 2$$

$$= 72$$

## こんな長寿はありえない？

高齢の三兄弟に驚いた方も多かったようです。

江戸時代の終わりごろの安政4年(1857)に、現在の一関市大東町、東山町、室根町に含まれる16か村に住んでいる80歳以上の人を調べた記録があります。それには、145人の名が書き上げられ、このうち、90歳以上は7名で、最高齢は96歳のおばあさんでした。

同じ年の村全体の人口がわかる渋民村の場合、総人口が743人(男402人、女341人)に対し、80歳以上の方は、男性が85歳2人と86歳1人、女性は83歳3人と85歳1人の計7人、人口の約1%にあたります。

このような調査が行われるくらいですから、80歳以上の方は珍しく、大事にされたのでしょう。江戸時代には、皆さんが想像する以上に長寿の人がいたようです。