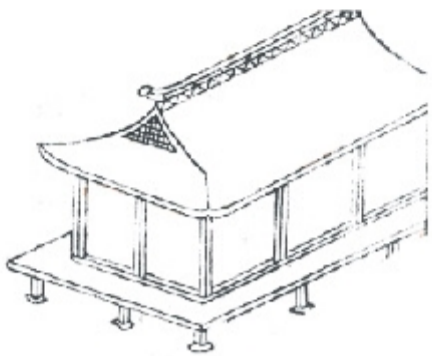


<p>初級問題 (小学生以上向け)</p>		<p>文政9年(1826)に出版された『算法便覧』の問題をもとにしました。</p> <p>12月13日は、正月事始め(正月を迎える準備を始めること)として煤(すす)を払い、身を清めて祝います。 そのために畳(たたみ)を外に出してたたきます。1人1枚ずつたたくと220枚余り、1人5枚ずつたたくとちょうどです。 また、1枚を3人でたたくことにすると、元の人数を増やさなければなりません。 元の人数と増やす人数はそれぞれ何人ですか。</p>
---------------------------	---	---

審査員講評

初級問題は、昨年よりやや減少しましたが、複数以上の解答提出者を含め、小学生から80歳を超える方まで792件もの解答が寄せられました。

問題は、文政9年(1826)に発行された、『算法便覧』からの出題でした。この時期は和算が開始したといわれる『割算書』などの発行から200年が経過し、和算は円熟期を迎えていました。この書は寺子屋や和算塾で行われた庶民教育に使用された和算書と思われます。出題された問題は、国民的な行事である「煤払い」によった和算らしい内容です。

解答例1は、中学生程度の文字を使用した方程式で示しました。その際、文字式を習っていない小学生の解答はどうなるかと様々期待、その他様々思いをつのらせていました。

800件弱の解答を読ませていただきましたが、大別すると2種類に分けられます。

ひとつは、いわゆる小学生の算数的に内容を文章で表現、吟味していく内容。他は、内容を文字の使用により一般的に解く方法です。

解答は、中高生を中心に論理的で明解な解答、小学生や高齢者を中心にした丁寧に事象を言葉で説明する解答と、いずれも甲乙付けがたく優秀者の選考が困難でした。

誤答の大半は、後半が間違えた半正解でした。それは、1枚を3人でたたくを「3枚を1人でたたく」とした解答です。

$275 \text{ (枚)} \div 3 \text{ (人)} = 91.6\cdots \approx 92 \text{ (人)} \quad \therefore 92 - 55 = 37 \text{ (人)}$ としたものです。

この誤答には出題者としておわび申し上げます。感想にもよせられましたが、1年に一度の大切な行事の計画なのに、元々の人数が55人で追加の人数が770人というずさんな計画は不適當です。「3枚を1人でたたく」とすると、元々の人数が55人で追加の人数が37人と常識的な答である人数になります。誤答の方は、常識的な数になり解答にしたことと思います。現在と当時では社会状況が異なり、このような数値も非常識ではないのかもしれませんが。

出題にあたり、文章表現は原文を尊重しながら今日的に手を加えています。しかし、数は原文を尊重してそのままにしています。初級の出題ですので、数の配慮も必要かと思いました。

今回は皆さんの和算に挑戦に対し、挑戦される側、出題者の反省が主です。次回は様々な角度から検討し、解いて楽しい、先人に畏怖する様々な素晴らしい解答が可能な出題に努めたいものです。

解答例

解答例 1 畳数は、元人数+220 である。
総畳数を a、元の人数を b、増やす人数を c とすると
 $a = b + 220 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $a = 5b \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $3a = b + c \cdots \cdots \textcircled{3}$
が成り立つ。①と②から $5b = b + 220$
ゆえに $4b = 220 \quad \therefore b = 55$
従って $a = 5b = 5 \times 55 = 275$
 $c = 3a - b = 3 \times 275 - 55 = 770$
答 元の人数は 55 人、増やす人数は 770 人

解答例 2

① 1人1枚ずつたたくと220枚あまるので、畳の数は220枚より多い。また、1人5枚ずつたたくとちょうどなので畳の数は必ず5で割り切れる。表にすると

畳の数	人数	1人が1枚をたたいた時の残りの畳の数	結果
225	45	180	×
250	50	200	×
275	55	220	○
300	60	240	×
325	65	260	×
350	70	280	×

畳の数は人数の5倍なので、残りの畳数は増加していき220に戻ることはありません。

よって、畳の数は275枚で元の人数は55人です。

② 1枚を3人でたたくので、 $275(\text{枚}) \times 3(\text{人}) = 825(\text{人})$
 \therefore 増やす人数は $825(\text{人}) - 55(\text{人}) = 770(\text{人})$

答 元の人数は55人、増やす人数は770人

解答例 3 解答例 2 を一般化すると

人の数を x、畳の数を y とします。①より $y = x + 220 \cdots \cdots (1)$
また、 $y = 5x \cdots \cdots (2)$
両式より $5x = x + 220 \quad 4x = 220 \quad \therefore x = 55$

後半は解答例 2 と同じです。

答 元の人数は55人、増やす人数は770人

解答例 4

1人1枚ずつたたくと220枚あまり、1人5枚ずつたたくとあまらないということは、220枚の畳を、人数あたり、さらに4枚ずつ配ったということになるので、

$220(\text{枚}) \div 4(\text{枚}) = 55(\text{人})$ 人数は55人

畳の数は、 $5(\text{枚}) \times 55(\text{人}) = 275(\text{枚})$ だから、

3人でたたくと $275(\text{枚}) \times 3(\text{人}) = 825(\text{人})$

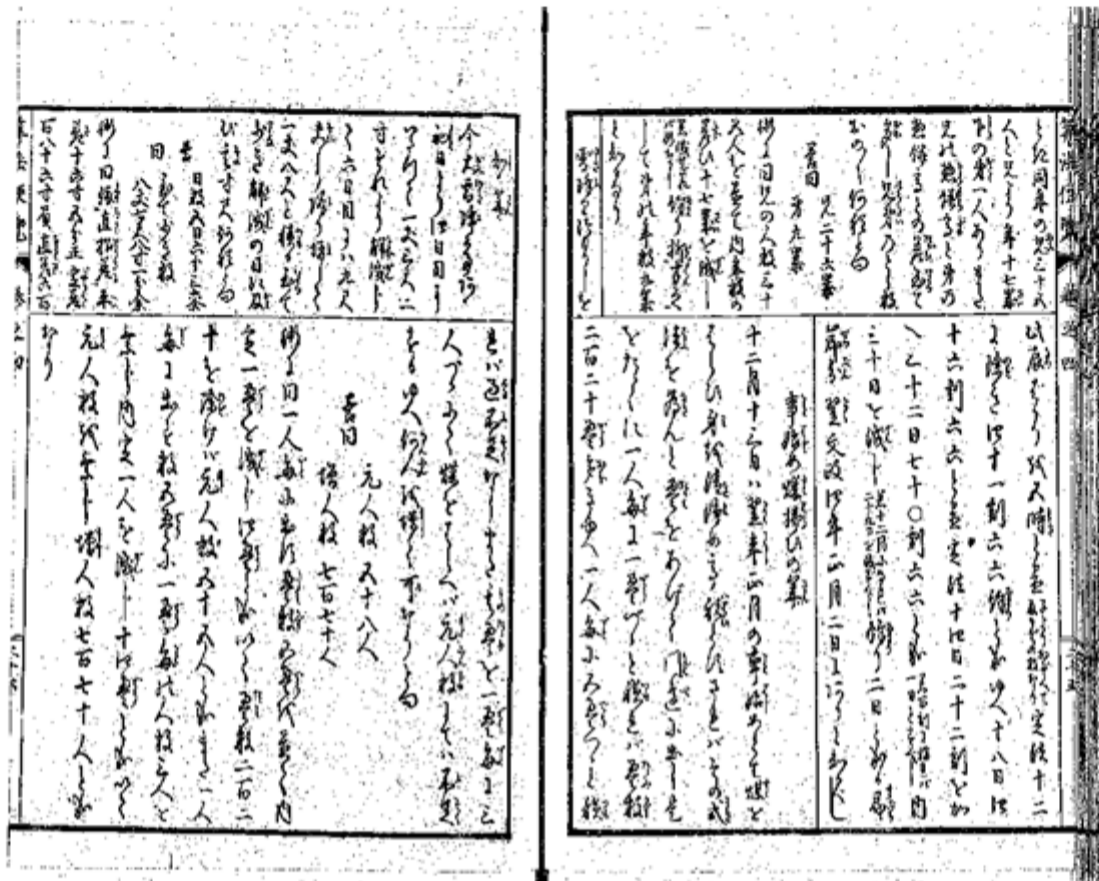
増やす人数は $825(\text{人}) - 55(\text{人}) = 770(\text{人})$

答 元の人数は55人、増やす人数は770人

初級問題

初級問題は、大坂の和算家武田真元が文政9年(1826)に出版した『算法便覧』の問題をもとにしました。武田真元の和算は「武田流」とも「真元流」とも称し多くの人に学ばれました。この本は10巻からなりますが、一、二巻は「日用篇」、三、四巻は「年中篇」として大坂商人として必要な算術の知識が問題となっています。中級問題も巻四の「年中篇」からとったもので、12月13日の、正月の準備を始める「事始め」の日を題材とした問題です。

原本は以下のようになっています。(東北大学附属図書館所蔵)



○事始め煤掃ひの算

十二月十三日ハ翌年正月の事始めとて煤をはらひ身を清浄めるノ祝とす、されバその式法を為んと壺をあげて門辺に出し是をたたくに一人毎に一壺づつと積れば壺数二百二十壺多きゆへ一人毎に五壺づつと積れば過不足なし、また其壺を一壺毎に三人づつにて煤をはらへば元人数にてハ不足するゆへ、荷人を増て可なりと問

答日 元人数 五十八人 ※次の「術に日」を見ると元人数 55 人となるとあるので、この部分は「五十五人」の誤りです。
増人数 七百七十人

術に日、一人毎に出す壺数五壺を置く、内定一壺を減じ四壺と成、以て、壺数二百二十を除けば元人数五十五人と成、また一人毎に出す数五壺に一壺毎の人数三人を乗じ内定人数一人を乗じ十四壺と成、以て元人数を乗じ増人数七百七十人と成なり

術文を現代の式に直すと

$$5 - 1 = 4$$

$$220 \div 4 = 55 (\text{元人数})$$

$$5 \times 3 - 1 = 14$$

$$14 \times 55 = 770 (\text{増人数})$$

となり、次のような考え方になっています。

多い 220 壺をあと 4 壺ずつたたくことになるので、人数は、 $220 \div 4 = 55$ (人)

今度は 1 人 5 壺だったのを 3 人で 1 壺たたくので、5 壺たたく人数は、 $5 \times 3 = 15$

1 人に対して増やす人数は $15 - 1 = 14$

元の人数にかけて、 $14 \times 55 = 770$ 、増やす人数は 770 人

増やす人数の求め方は、現代の人がなかなか思いつかないユニークなものです。