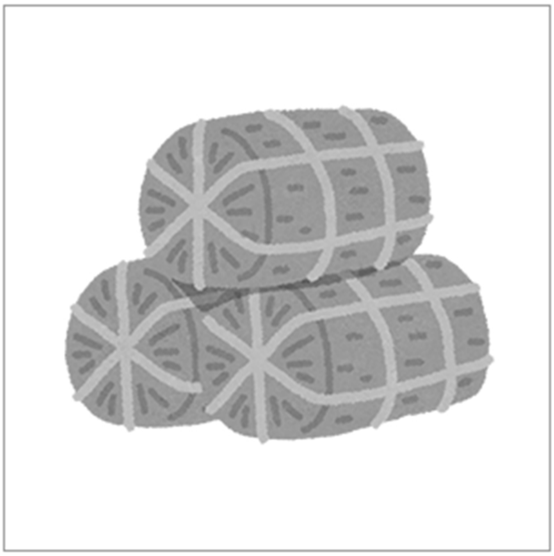
平成27年度出題問題① ［初級問題］

いま, 上米(じょうまい)が9石(こく), 下米(げまい)が7石(こく)あります。その代銀(だいぎん)(ねだん)は, あわせて205匁(もんめ)です。ただし, 下米(げまい)1石(こく)の代銀(だいぎん)よりも上米(じょうまい)1石(こく)の代銀(だいぎん)が5匁(もんめ)高(たか)いとすると, 上米(じょうまい), 下米(げまい), それぞれ1石(こく)の代銀(だいぎん)はいくらでしょうか。代銀(だいぎん)は, 整数(せいすう)です。
この問題(もんだい)の値段(ねだん)は, 銀貨(ぎんか)であらわしていて, その単位(たんい)は匁(もんめ)です。また, 米(こめ)の単位(たんい)の1石(こく)は100升(しょう)です。

※天保3年(1832)ごろに出版された『大全塵劫記(たいぜんじんこうき)』の問題をもとにしました。



○審査員講評

初級問題の応募者は、昨年よりやや減少しましたが、複数以上の解答提出者を含め、小学生から９１歳の方まで８６８もの解答が寄せられました。

問題は、天保３（1832）年ころに発刊された、『大全塵劫記』からの出題でした。この時期は和算が開始したといわれる『割算書』などの発刊からほぼ 200 年が経過し、和算は円熟期を迎えていました。この書は吉田光由の名著『塵劫記』の流れをくむ和算書で、寺子屋や和算塾で行われた庶民教育に使用されたと思われます。出題された問題は、米の代金という和算らしい内容です。

文字式を習っていない小学生の解答はどうなるかと様々思いをつのらせていました。

解答は年齢を反映した内容になりました。

① 面積で表現したりするいわゆる小学生の算数的に内容を文章で表現、吟味していく内容です。

② 文字を使用して連立方程式を立てる方法。中学生の解答はこの方法でした。

③ 下米１石の代金が１匁のとき、
　上米９石下米７石の総代金は、９（１＋５）＋７×１＝６１匁
　下米１石の代金が２匁のとき、９（２＋５）＋７×２＝７７匁
　下米１石の代金が３匁のとき、９（３＋５）＋７×３＝９３匁
　従って、下米１石あたりの代金を１匁あげると総代金は１６匁上がる。
　２０５−６１＝１４４匁より、下米１石あたり１匁のときに比べて
　１４４÷１６＝９匁だけ高い代金が求める代金
　　∴下米１＋９＝１０匁、上米１０＋５＝１５匁
　という内容。

④ ③の内容を表に作成した方もいました。

⑤ その他
- 過不足算による内容によう解答
- クラメルの方法により連立方程式を解いた解答
- 傍書法（和算の式）で表現した解答
- 等差数列で表現した解答
- その他

解答は、中学生を中心にした論理的で明解な解答、小学生や高齢者を中心にした丁寧に事象を言葉で説明する解答といずれも甲乙付けがたく優秀者の選考が困難でした。また、数通りの解答を寄せられた方もたくさんおりました。

次回はさらに様々な角度から検討し、解いて楽しい、素晴らしい解答が可能な出題に努めます。

○解答例

解答例　１

すべてが上米とすると２０５÷９＝２２.７８、上米は下米より５匁高いので、６匁以上である。それで最大上米が６匁から２２匁まで１７通りを調べれば良い。また上米の代銀は下米より大きい。

①　上米１石の代銀が６匁のとき、９×６＝５４匁
　２０５−５４＝１５１　　　１５１÷７＝２１.５７　　不適

②　上米１石の代銀が７匁のとき、９×７＝６３匁
　２０５−６３＝１４２　　　１４２÷７＝２０.２９　　不適

③　上米１石の代銀が８匁のとき、９×８＝７２匁
　２０５−７２＝１３３　　　１３３÷７＝１９　　下米の代銀が上米より大きい不適

④　上米１石の代銀が９匁のとき、９×９＝８１匁
　２０５−８１＝１２４　　　１２４÷７＝１７.７１　　不適

⑤　上米１石の代銀が１０匁のとき、９×１０＝９０匁
　２０５−９０＝１１５　　　１１５÷７＝１６.４３　　不適

⑥　上米１石の代銀が１１匁のとき、９×１１＝９９匁
　２０５−９９＝１０６　　　１０６÷７＝１５.１４　　不適

⑦　上米１石の代銀が１２匁のとき、９×１２＝１０８匁
　２０５−１０８＝９７　　　９７÷７＝１３.８６　　不適

⑧　上米１石の代銀が１３匁のとき、９×１３＝１１７匁
　２０５−１１７＝８８　　　８８÷７＝１２.５７　　不適

⑨　上米１石の代銀が１４匁のとき、９×１４＝１２６匁
　２０５−１２６＝７９　　　７９÷７＝１１.２９　　不適

⑩　上米１石の代銀が１５匁のとき、９×１５＝１３５匁
　２０５−１３５＝７０　　　７０÷７＝１０　　　適する。

∴　　上米１石の代銀が１５匁、下米１石の代銀が１０匁

答　上米１石の代銀１５匁　　　　下米１石の代銀１０匁

解答例２

下米１石の代金が１匁のとき、

上米９石下米７石の総代金は、９（１＋５）＋７×１＝６１匁

下米１石の代金が２匁のとき、９（２＋５）＋７×２＝７７匁

下米１石の代金が３匁のとき、９（３＋５）＋７×３＝９３匁

従って、下米１石あたりの代金を１匁あげると総代金は１６匁上がる。

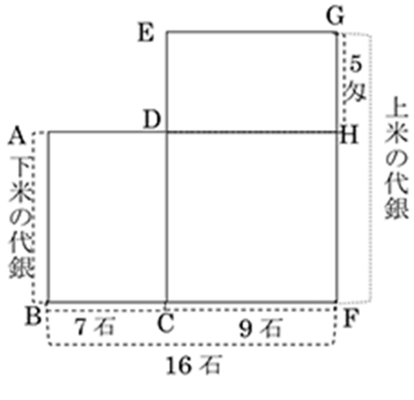
２０５−６１＝１４４匁より、下米１石あたり１匁のときに比べて

１４４÷１６＝９匁だけ高い代金が求める代金

∴下米１＋９＝１０匁、上米１０＋５＝１５匁

答　上米１石の代銀１５匁　　　　下米１石の代銀１０匁

解答例　３　面積図にすると



(長方形 ABCD)＋(長方形 ECFG)＝２０５　・・・・①

(長方形 EDHG)＝５×９＝４５　・・・・②

①、② より

(長方形 ABFH)＝２０５－４５＝１６０

したがって

(下米の代銀)×１６＝１６０

(下米の代銀)=１０

(上米の代銀)＝１０＋５＝１５

答　上米１石の代銀１５匁　　　下米１石の代銀１０匁

解答例　4

上米の１石の代銀をｘ匁、下米の１石の代銀をｙ匁とする。題意により次に連立方程式が成立つ。

$$\begin{cases} 9x+7y=205 \cdots\cdots① \\ x=y+5 \cdots\cdots② \end{cases}$$

②を①に代入して　　$9(y+5)+7y=205$

$16y=160$　　∴　　$y=10$　　②により　$x=15$

答　上米１石の代銀１５匁　　　下米１石の代銀１０匁

初級問題

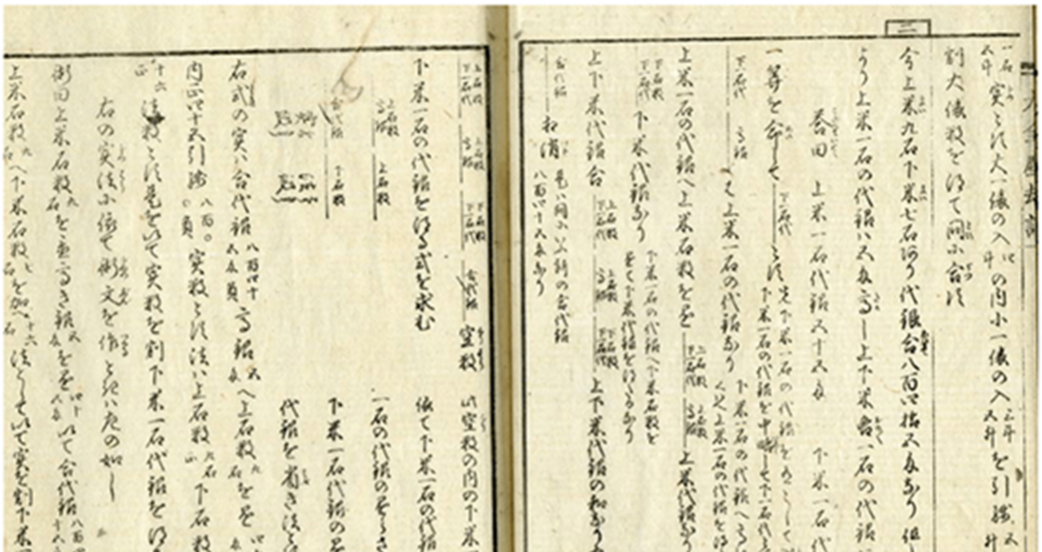
初級問題は、『大全塵劫記（たいぜんじんこうき）』の「点竄術（てんざんじゅつ）」の例題の二番目に掲載されている問題をもとにし、代銀の合計を変えて出題しました。

大全塵劫記

『大全塵劫記』は、江戸の長谷川数学道場から出版されたもので、長谷川善左衛門寛 閲、山本賀前 編となっており、天保３年(１８３２)頃に出版されましたが、その後に出版された『算法點(点)竄手引草』『再刻大全塵劫記』(嘉永７年(１８５４)出版)にも内容の一部が引き継がれています。

「点竄術」の「点」は「のこす」、「竄」は「のぞく」の意味で、加減乗除の計算を記号によってあらわす代数の方法のことです。

《　原　　文　》



原文の問題と答えは、次のように書いています。

> 今、上米９石、下米７石あり、代銀合８４５匁なり、但し下米１石の代銀より上米１石の代銀は５匁高し、上下米おのおの１石の代銀、何程と問う
>
> 答曰　上米、１石代銀５５匁
>
> 　　　下米、１石代銀５０匁

つづいて、解き方が、点竄術による式を用いて説明されています。

点竄術は傍書法(ぼうしょほう)ともいい、「和算の祖」と称される関孝和が考案しました。

点竄術による式の表現

現代の式

甲＋乙	甲－乙	甲×乙	甲÷乙

点竄術

解き方の部分を、現代風に直すと次のようになります。

① 一算を命じて(下１石代)とする

まず、下米１石の代銀を有り(わかっているもの)として解く道筋を求める。

下米１石の代銀を中略して(下１石代)とする。その他も、これにならって表わす。

② (下１石代)＋(高銀)＝(上米１石の代銀)

下米１石の代銀に、上米の方が下米にくらべて高い５匁を加え、上米１石の代銀を得る。

③ 上米１石の代銀へ上米の石数をかけ、

(下１石代)×(上石数)＋(高銀)×(上石数)＝(上米代銀)

先に求めて置いた上米代銀へ上米石数をかけるということである。

④ (下１石代)×(下石数)＝(下米代銀)

下米１石の代銀へ下米石数をかけて下米代銀を得るということである。

⑤ 上下米代銀合わせて

(下１石代)×(上石数)＋(高銀)×(上石数)＋(下１石代)×(下石数)＝(上下米代銀の和)

これを左に寄せておく。

先に求めておいた上下米の代銀を合わせたものである。

⑥ (合代銀)を相消す(引いて０になる)。

合代銀は、問いにいうところの845匁である。

(下１石代)×(上石数)＋(高銀)×(上石数)＋(下１石代)×(下石数)－(合代銀)＝０(空数)

⑦ この空数の内の下米１石の代銀は虚名(わかっているものとしていたもの、現代風にいえばx)である。

よって、下米１石の代銀を得る式を求める。

⑧ 下米１石の代銀のかからない算を“実”とし、下米１石の代銀のかかりたる算は下米１石の代銀を省き“法”とする。あとは、すべてこれにならう。

<実級>　(高銀)×(上石数)－(合代銀)

<法級>　(上石数)＋(下石数)

⑨　この式の実は合代銀　８４５匁､高銀５匁へ上石数９石をかけ、＋４５匁である。

－８４５の内、＋４５を引き、残り－８００を実数とする。

法は、上石数＋９石、下石数＋７石があり、＋９へ＋７を加え＋16 を法とする。

これで実数を割り、下米１石代銀を得る。

⑧から説明すると、⑥の式

(下１石代)×(上石数)+(高銀)×(上石数)+(下１石代)×(下石数)　―(合代銀)＝０

において、下米１石の代銀のかからない算を＿＿＿＿実とする、

下米１石の代銀のかかりたる算は＿＿＿＿で、これから下米１石の代銀を

省き(割り)、法とし、次のようになる。

<実級>　　(高銀)×(上石数)－(合代銀)

<法級>　　(上石数)＋(下石数)

これに、数値を当てはめると

<実級>　　５×９－８４５＝－８００

<法級>　　９＋７＝１６

法で実で割り、下米の１石代を求める

８００÷１６＝５０（匁）

写真のページの後ろから３行目には、「右の実法によって術文を作ると次のようになる」とあり、解法を以下のようにまとめています。

術曰く、上米石数９石をおき、高き銀５匁をかけ４５匁、以て合代銀８４５匁の内より引き、残り８００匁、実とする。
上米石数９石へ下米石数７石を加え１６石、 法として、 以て実を割る。下米１石の代銀を得て問いに合う。

これを現代の式で表すと

８４５－９×５＝８００、

９＋７＝１６

８００÷１６＝５０(匁)・・・下米１石の代銀

従って　　５０＋５＝５５(匁)・・・上米の代銀　　となります。