平成28年度出題問題①［初級問題］

・文化12年（1815）に出版された『算法点竄指南録（さんぽうてんざんしなんろく）』の問題をもとにしました。

銀（ぎん）300匁（もんめ）を5人（にん）で分（わ）けます。
1番目（ばんめ）の人より2番目の人は2匁少（すく）なく、
2番目の人より3番目の人は5匁少なく、
3番目の人より4番目の人は15匁少なく、
4番目の人より5番目の人は22匁少なくなるようにします。
1番目の人は、何（なん）匁でしょうか。
銀は江戸時代（えどじだい）のお金（かね）で、「匁」は、その単位（たんい）です。

○審査員講評

小学校１年生から 92 歳の方まで 1,423 名の方（件数にして 1,458 件）に応募していただき，正答者は 1,053 名でした。初級問題の正答率は，74.55%でした。少子化・高齢化社会といわれる時代ですが，向学心に燃える方々がたくさんいることは頼もしい限りです。

岩手県，宮城県，埼玉県，東京都，神奈川県，長野県，広島県，佐賀県，一関市内の小中高校からの団体での応募があり，応募していただいた児童生徒の皆さん，そして指導していただいた先生方に感謝申し上げます。特に，伊奈学園中学校の生徒さんの解答はすばらしく，行き届いた指導がなされていると推察されます。

解答に関しては，

・小学生の解答は，線分図，面積図の利用が見られました。また，たとえば６０と仮定して推論し，最終的に７５匁を導く解法もみられました。

・中学生以上は，方程式を用いた解法が多くみられました。

最初から７５匁としたものでも，きちんと確かめたものは正解としました。途中の考え方をきちんと示さない方もいましたが，このような解答は不正解とさせていただきました。頭の中で考えた解答の方法を手際よく書き表していただきたいと思います。

また，

２番目の人と１番目の人との差は，２匁

３番目の人と１番目の人との差は，７匁（２＋５から）

４番目の人と１番目の人との差は，２２匁（２＋５＋１５から）

５番目の人と１番目の人との差は，４４匁（２＋５＋１５＋２２から）

２＋７＋２２＋４４＝７５匁

のように差の合計を答えとした解答があり，答は偶然に合っていますが考え方が間違っていますので不正解とさせていただきました。何をｘ（未知数）とするかを，必ず書いていただきたいと思います。ｘ＝７５を答としている解答も見られました。問われている最終的な答を記入していただいたいと思います。小中学校の校長先生からは，「他人に伝えることを意識して記入してほしいものです。」というコメントをいただきました。

小学生の中には，お父さんやお母さんに教えられながら一緒にやったという人，ヒントをもらってやったという人もいました。家族団欒の中で和算問題を考えている風景があたたかく想像できます。出題，審査に携わっている我々にとりましても嬉しいことです。

自由に発想し解く喜びを味わうことができたのではと自負しています。「和算に挑戦」に多くの方に挑戦していただき和算の楽しさを知って欲しいと願いながら講評のペンを置くことにいたします。

解答例　1　面積図を利用した解答

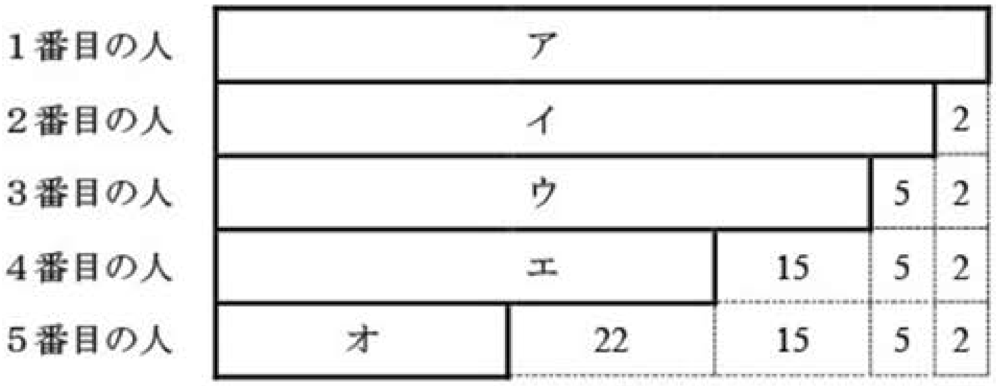
１番目の人の銀をア

２番目の人の銀をイ

３番目の人の銀をウ

４番目の人の銀をエ

５番目の人の銀をオとする。



（ア＋イ＋ウ＋エ＋オ）＋（２×４＋５×３＋１５×２＋２２）

　　＝　３００＋７５

　　＝　３７５

これは１番目の人の銀の５つ分だから

１番目の人の銀は

　　３７５÷５＝７５匁

<u>答　７５匁</u>

解答例２　**方程式を利用した解答**

１番目の人の銀を　ｘ匁とすると

２番目の人の銀は（ｘ－２）匁

３番目の人の銀は（ｘ－２）－５＝（ｘ－７）匁

４番目の人の銀は（ｘ－７）－１５＝（ｘ－２２）匁

５番目の人の銀は（ｘ－２２）－２２＝（ｘ－４４）匁

銀の合計がが３００匁だから

ｘ＋（ｘ－２）＋（ｘ－７）＋（ｘ－２２）＋（ｘ－４４）＝３００

５ｘ－７５＝３００

５ｘ＝３７５

ｘ＝７５

答　７５匁

初級問題

初級問題は、関流五伝の和算家の坂部広胖(1759-1824)が著した『算法点竄指南録』(文化 12 年(1815)刊)からの出題です。

「点竄(てんざん)術」は、「点」は「のこす」、「竄」はのぞく」の意味で、加減乗除の計算を記号によって表わす代数のことです。

１５巻からなり、１９６の問題と解説が記され、初心者から上級者まで対応できるように編纂されています。

初級の問題は、初編上(巻一)の４５問めの問題で、解は二篇中(巻五)にあります。

『算法点竄指南録』巻一

原文の問題と答えは、次のように書いています。

> 銀 300 目を人数５人に配分するが、それぞれの差が異なる。１番より２番は銀２匁少なく、２番より３番は銀５匁少ない、３番より４番は銀１５匁少ない、４番より５番は銀２２匁少ない。各々いくらか。
>
> 答曰　1番　７５匁、2番　７３匁、3番　６８匁、
> 4番　５３匁、5番　３１匁

銀の重さの単位は匁(もんめ)で、何十匁(１の位が０)の場合は、この問題の３００目のように「目（め）」と呼ぶこともありました。1匁は、約3．７５ｇです。

江戸時代の銀貨は「秤量貨幣」といって、重さが銀貨の価値となっていました。いちいち重さを量るのは不便だったので、後に貨幣も作られました。なお、江戸時代の貨幣制度は三貨制度といって、金、銀、銭の三種類が流通し、それぞれが変動相場で取引されるという複雑なものでした。

つづいて、「術」として解き方が書いていますが、これを現代の式に直すと次のようになります。

術

人数を置き１を減じ余り４を甲とする　　5－1＝4…甲

これから１を減じ余り３を乙とする　　4－1＝3…乙

さらに１を減じ余り２を丙とする　　3－1＝2…丙

（２を得るまでは何度もこのように１を減ず）

１番と２番の差を置いて甲をかけ、甲積とする　　2×4＝8…甲積

２番と３番の差に乙をかけ、乙積とする　　5×3＝15…乙積

３番と４番の差に丙をかけ、丙積とする　　15×2＝30…丙積

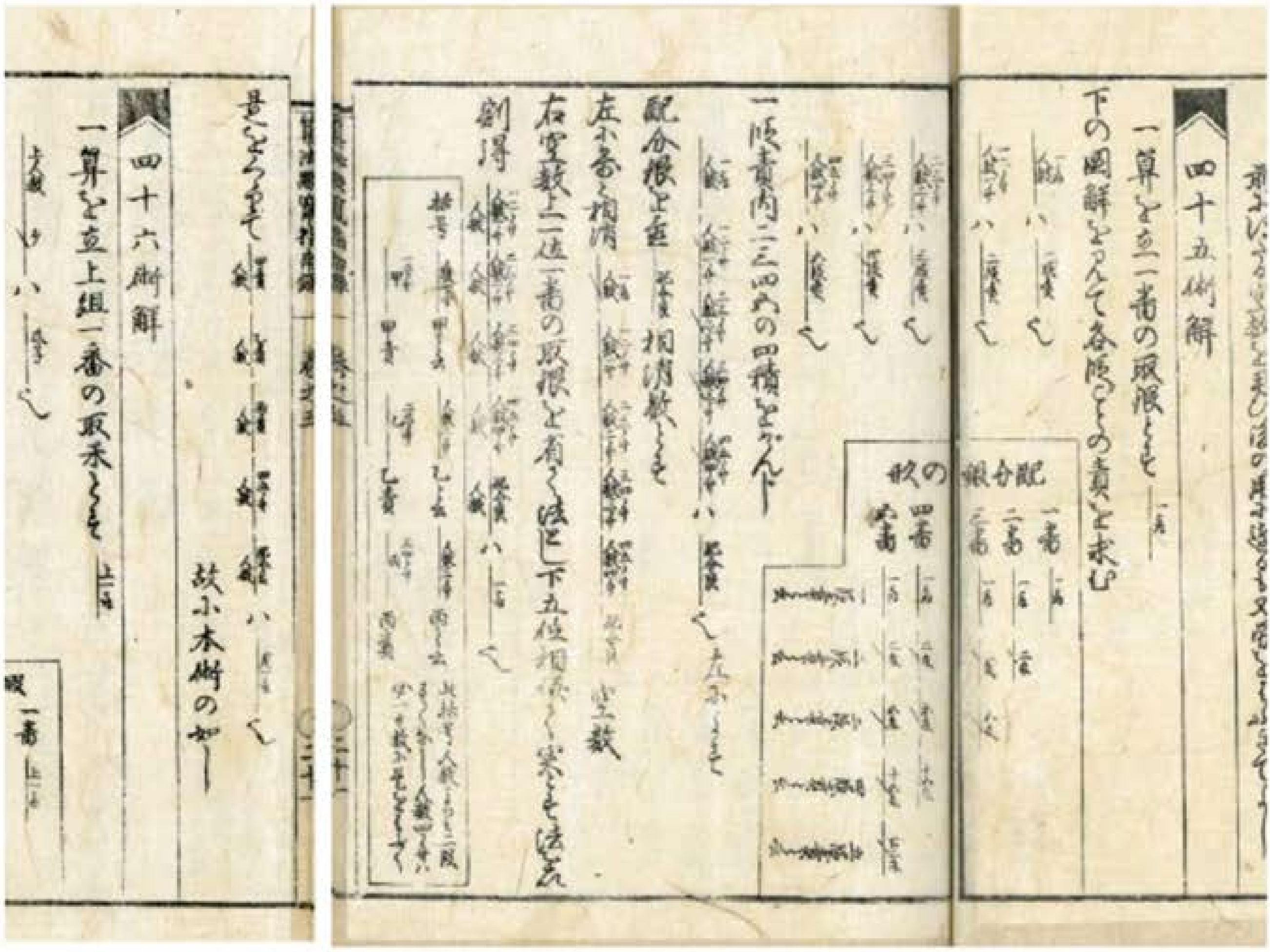
甲乙丙積をあわせる　　8＋15＋30＝53

これに４番５番の差と銀の量を加え　　53＋22＋300＝375

人数で割り１番の銀とする　　375÷5＝75…１番の銀

次に、巻五の解説をみてみましょう。

《　原　　文　》



これは、点竄術による式を用いて説明されています。

点竄術は傍書法（ぼうしょほう）ともいい、「和算の祖」と称される関孝和が考案しました。

点竄術による式の表現

現代の式

甲＋乙　　甲－乙　　甲×乙　　甲÷乙

点 竄 術

現代風に直すと次のようになります。

① 一算を立て１番の取銀とする。
　（１番の取銀を求める）

② 右の図解を見て各段ごとの積を求める。
　（１番の取銀）×人数＝１段積
　（１番と２番の差）×（人数－１）＝２段積
　（２番と３番の差）×（人数－２）＝３段積
　（３番と４番の差）×（人数－３）＝４段積
　（４番と５番の差）×（人数－４）＝５段積

配分銀の形

１番　（１番の取銀）
２番　（１番の取銀）－２
３番　（１番の取銀）－２－５
３番　（１番の取銀）－２－５－１５
４番　（１番の取銀）－２－５－１５－２２

１段積という　２段積という　３段積という　４段積という　５段積という

② １段積から２・３・４・５の４積を減じ
　（１番の取銀）×人数－（１番と２番の差）×（人数－1）－（２番と３番の差）×（人数－２）
　－（３番と４番の差）×（人数－３）－（４番と５番の差）×（人数－４）＝３００

③ 変形して
　（１番の取銀）×人数＋（１番と２番の差）×（人数－1）＋（２番と３番の差）×（人数２）
　＋（３番と４番の差）×（人数－３）＋（４番と５番の差）×（人数－４）＋３００＝0

④　(１番の取銀)を求める

(１番と２番の差)×(人数−1)+(２番と３番の差)×(人数−２)+(３番と４番の差)
　×(人数−３)+(４番と５番の差)×(人数−４)+３００=(１番の取銀)×人数

{(１番と２番の差)×(人数−1)+(２番と３番の差)×(人数−２)+(３番と４番の差)
　×(人数−３)+(４番と５番の差)×(人数−４)+３００}÷人数=(１番の取銀)

(人数−１)を甲、(１番と２番の差)×甲を甲積

(人数−２)を乙、(２番と３番の差)×乙を乙積

(人数−３)を丙、(３番と４番の差)×丙を丙積とすると

(甲積+乙積+丙積+４番５番の差+配分する銀)÷人数=(１番の取銀)

となり、巻一の術文と一致する。

最後の式を数式にすると

（２×４＋５×３＋１５×２＋２２＋３００）÷５＝３７５÷５＝７５

１番の取銀は、７５匁となります。