# 平成29年度出題問題①［初級問題］（小・中学生向き）

・文政13年（1830）刊『算法新書（さんぽうしんしょ）』の問題をもとにしました。

弓矢（ゆみや）が何本かあります。
何人かの射手（いて・弓矢を射る人）がこの矢を射（い）ます。
1人10本ずつ射ると、10本あまります。
また、1人12本ずつ射ると、矢はちょうどなくなります。
射手は何人で、矢の数は何本あるでしょうか。

## ○審査員講評

今年度の初級問題は，『算法新書』巻之二の盈朒（えいじく，過不足算）からの出題でした。問題を解くことによって一関市の和算文化の一端に触れていただけたことと思います。

初級の応募者数・応募件数は過去最高となり，審査には長時間を要しましたが喜ばしい限りです。小学校１年生から 92 歳の方まで 1,603 名の方（件数にして 1,658 件）に応募していただき，正答者は 1,429 名でした。１人で５通りの解答を示した方もいました。また，親子での応募もありました。

小学生の感想に，「昨年より簡単だった。楽しかった」とありました。また，文章で表現することが難しかったという内容の感想も多くみられました。

解答の方針としては，説明文と

・数式　・面積図　・線分図　・数直線　・表　・連立方程式

などを組み合わせたものが多くみられました。その他，傍書法を用いた和算特有の解法もあり，和算を深く研究なされていることがうかがえ，審査員も感心いたしました。ただ，人数と本数のとり違えや，答のみの記入は，正答といたしませんでした。

過不足算について，たとえば

１人が a 本ずつ射ると b 本余り，１人が c 本ずつ射ると d 本余るとする。射手を n 人，矢の本数を N とする。

このとき　$an+b=cn+d$

$$\therefore n=\frac{d-b}{a-c}$$

よって矢の本数Nは　$N=an+b=\dfrac{a(d-b)}{a-c}+b=\dfrac{ad-bc}{a-c}$

$a=b=10,\ c=12,\ d=0$　の場合なので

$n=\dfrac{0-10}{10-12}=5$(人)，　$N=\dfrac{10\times 0-10\times 12}{10-12}=60$(本)

この方法で解答した方が２人いました。

また，

| |
|---|
| １０と１２の最小公倍数は６０ |
| ６０÷１２＝５ |

| |
|---|
| １０÷（１２−１０）＝5 |
| ６０÷5＝１２ |

という解答がありましたが，理由をきちんと文章で表現して頂きたいものと思います。新学習指導要領では，「主体的・対話的で深い学び」が重要視されるので，小中学生の皆さんは，考えを相手に伝えるような気持ちで解答を作成するように心がけるとよいでしょう。

高校生の中にはあえて連立方程式を使わないで考えた方もいました。感想には，「文字式を使わないで解こうとすると，発想の転換が必要であるように感じた。」，「テスト勉強などで行う公式を乱用した形式化した数学ではなく，頭を使ったパズルのような楽しめる数学に触れることができた気がする。」と記されていました。

学校・学年・学級で応募していただきました団体の和算に対する熱心な取り組みに対し，敬意を表するとともに，心から感謝申し上げます。多数の応募者の中から賞の該当者を選ぶことは大変難しいことでしたが，解法を丁寧に表現，説明されている方を選ばせていただきました。「和算に挑戦」に多くの方に挑戦していただき和算の楽しさを知って欲しいと願いながら講評のペンを置くことにいたします。

## ○解答例

**【解答例１】**

射手の人数と矢の数の表をつくると

| 射手の人数 | １０本ずつ射ると１０本あまる矢の数 | １２本ずつ射るときの矢の数 | 矢の数の多少 |
|---|---|---|---|
| 1(人) | １０(本) × １ ＋ １０(本) ＝ ２０(本) | １２(本) × １ ＝ １２(本) | ２０＞１２ |
| 2(人) | １０(本) × ２ ＋ １０(本) ＝ ３０(本) | １２(本) × ２ ＝ ２４(本) | ３０＞２４ |
| 3(人) | １０(本) × ３ ＋ １０(本) ＝ ４０(本) | １２(本) × ３ ＝ ３６(本) | ４０＞３６ |
| 4(人) | １０(本) × ４ ＋ １０(本) ＝ ５０(本) | １２(本) × ４ ＝ ４８(本) | ５０＞４８ |
| 5(人) | １０(本) × ５ ＋ １０(本) ＝ ６０(本) | １２(本) × ５ ＝ ６０(本) | ６０＝６０ |

この表から，射手の人数が５人のとき，矢の数が６０本となり等しくなる。

答．射手の人数５人，矢の数６０本

**【解答例２】**

≪『 算法新書　巻之二　○盈朒 』の図≫

一人１２本ずつ射ると，矢はちょうどなくなるから，

(長方形ＡＢＣＤの面積) は矢の数。

一人１０本ずつ射ると，１０本余るから，

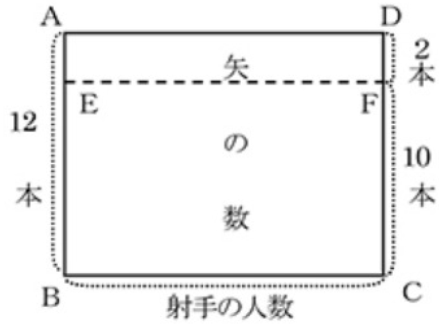
(長方形ＡＥＦＤの面積) は１０。

たての長さＤＦは１２－１０＝２だから，

(射手の人数) ＝ＥＦ＝１０÷２＝５

したがって，　(矢の数) ＝１２×５＝６０

答．射手の人数５人，矢の数６０本




**【解答例３】**

一人１２本ずつ射ると，矢はちょうどなくなるから，

(矢の数) ＝１２× (射手の人数)　……………………①

一人１０本ずつ射ると，１０本余るから，

(矢の数) －１０× (射手の人数) ＝１０　……………………②

①を②に入れると (代入すると)

１２× (射手の人数) －１０× (射手の人数) ＝１０

２× (射手の人数) ＝１０

(射手の人数) ＝５　……………………③

③を①に入れると

(矢の数) ＝１２×５＝６０

答．射手５人，矢６０本

**【解答例４】**

矢の数をｘ本，射手の人数をｙ本とすると，

$$\begin{cases} x-10y=10 & \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ x-12y=0 & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

①−②　より

$2y=10$

$y=5 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$

③を②に代入すると

$x-12\times 5=0$

$x-60=0$

$x=60$

答．射手の人数５人，矢の数６０本

**【解答例５】**

矢の数をｘ本，射手の人数をｙ本とすると，

$$\begin{cases} x-10y=10 \\ x-12y=0 \end{cases}$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix}10 & -10 \\ 0 & -12\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -10 \\ 1 & -12\end{vmatrix}}=\frac{-120}{-2}=60 \qquad y=\frac{\begin{vmatrix}1 & 10 \\ 1 & 0\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & -10 \\ 1 & -12\end{vmatrix}}=\frac{-10}{-2}=5$$

答．射手の人数５人，矢の数６０本

## ○解説

# 初級問題

初級問題は一関の和算家千葉胤秀が編集した『算法新書』（文政１３年(1830)刊）のからの出題です。

巻之二の盈朒（えいじく）という項目の問題ですが、盈朒の盈は、あまり、朒は不足のことで、現在の過不足算のことです。

原文の問題と答えは、次のように書いています。

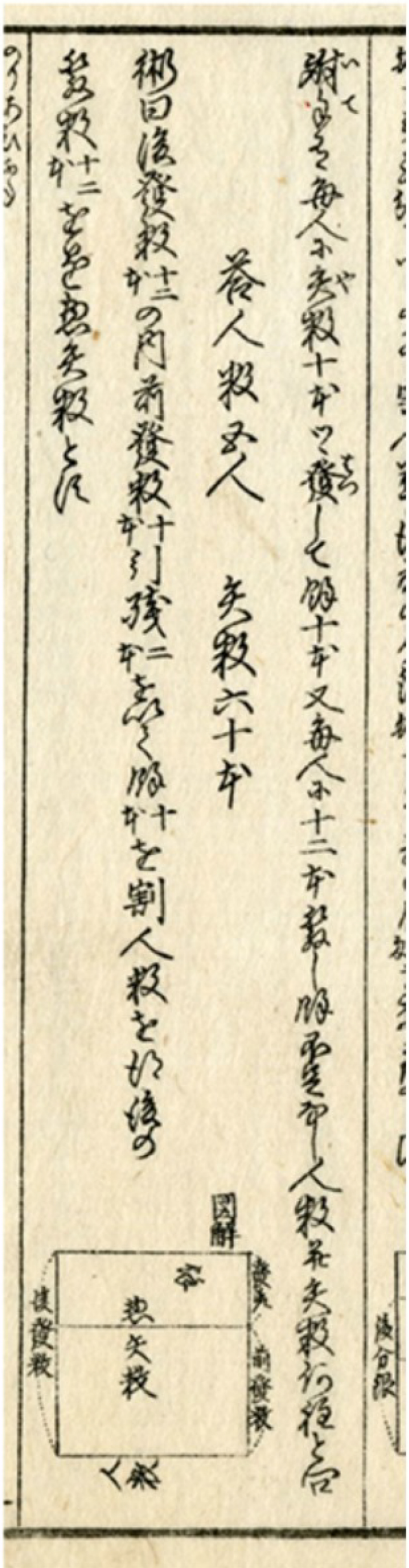
> 射手有。毎人に矢数十本ツツ発して餘十本、又毎人に十二本発し餘不足なし、人数並び矢数何程と問う。
>
> 答　人数五人　矢数六十本
>
> 術日後発数十二本の内､前発数十本引残二本を以て餘十本を割る、人数を得、後の発数十二本を懸、惣矢数とす。

問題と答えの後に、「術日(術にいわく)」として解き方が書いていますが、これを現代の式に直すと次のようになります。

> 術
>
> 後で射た１２本から初めの本数１０本を引き、残りの２本で、初めの余りの１０本を割り、人数を得る
>
> １０÷(１２－１０)＝ ５(人)
>
> これに、１２をかけて矢の数が出る
>
> ５×１２＝６０(本)

下に図解があります。

この考え方については、解答例２に示しています。




『算法新書』巻二