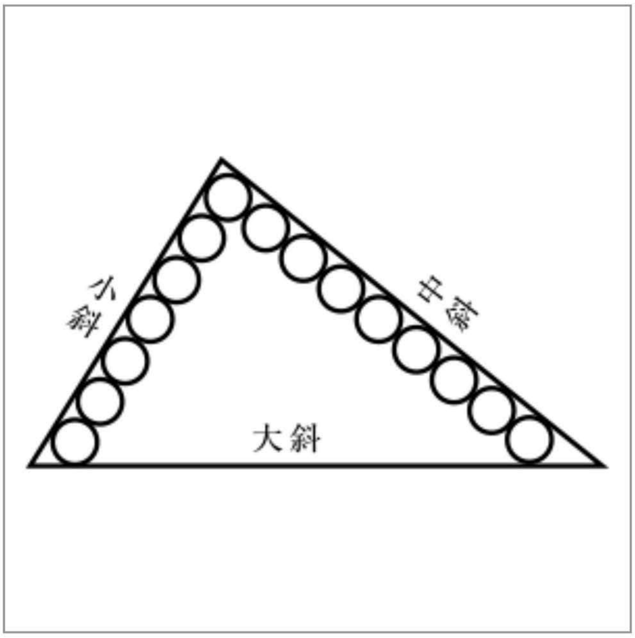
平成30年度出題問題②［中級問題］（中学・高校生向き）

・岩手県盛岡市の八幡宮に文化3年（1806）に奉納された算額の問題をもとにしました。この算額は、現在はありません。

三角形があります。三辺を大斜、中斜、小斜とします。

中斜に9個の等円（半径が等しい円）が接し、小斜に7個の等円が接しています。

中斜が8寸のとき、小斜の長さを求めなさい。



○審査員講評

盛岡市の八満宮算額からの出題です。応募数は５４９件と昨年に比べて増えています。図形が明瞭で、計算が容易であることがその要因かと思われます。

正方形や正五角形などの正多角形と円の組み合わせによる図形は美しく和算家が得意とする問題です。類似した問題は全国各地の算額や和算書に見られます。

和算家の「解義書」によると解答は内接円から導いていますが、相似に気づけば簡単な比例計算で解決します。

しかし、小斜と中斜のなす角を９０°とする特殊な場合で考えた答案は誤答としました。また、小学校や中学校で厳しく指導されている単位（寸）の未記入がありました。

以下、採点しての印象を記載します。

〇問題（図形）が簡明すぎるためか直感で結論を導いた解答が多い。

〇図形で解決し、それを筋道をたてて述べる過程が不十分な解答が多い。

〇問題は図形の特質、この問題では「相似形」に気がつけば、正解に到達できた。解答はすべてこの方法であった。２名が内接円を考慮した解答を寄せた。ただし、２つの三角形の相似の説明が不十分であったり、図のみの表現があった。

中級問題は、中学生にも解答可能な出題を心がけています。しかしながら、「和算に挑戦」の立場からどうしても初等幾何の性質や２次方程式の解法が必用になりがちです。そして、２次方程式が複雑なことが多くなります。

今回はその点がないことから、中学生の解答者が多く、「和算に挑戦」の問題として良問であったと思います。しかしながら誤答が多いことは残念でした。優秀者からは、手書き或いは図形ソフト使用による模範的な答案を提出いただきました。

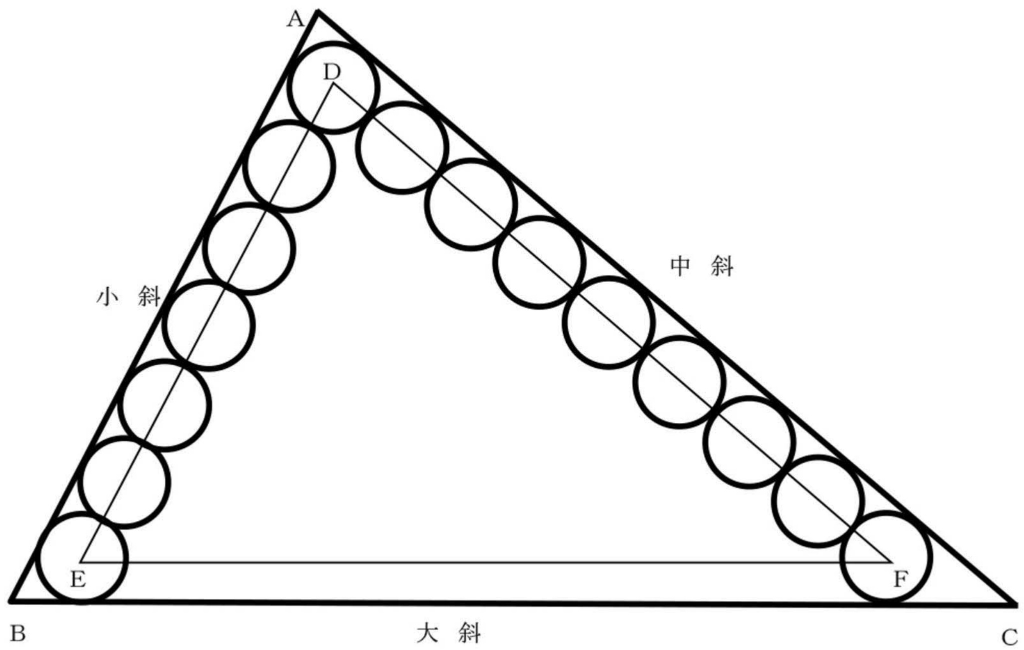
低学年の生徒は、題意の理解に先生方やご家族のアドバイスも必要かと思います。未知の公式が必要であれば、自分で調べて学ぶとか周囲に尋ねるとかして、解答に挑戦して欲しいものです。

次回も岩手の算額からの出題を予定しています。

たくさんの投稿を祈念申し上げます。

○解答例

【解答例１】



図のように，小斜と中斜に接する円の中心，小斜と大斜に接する円の中心，中斜と大斜に接する円の中心をそれぞれD，E，Fとする。　また，等円の半径をｒとする。

$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$　より　$AB : DE = AC : DF$

$AB : (7-1) \times 2r = AC : (9-1) \times 2r$

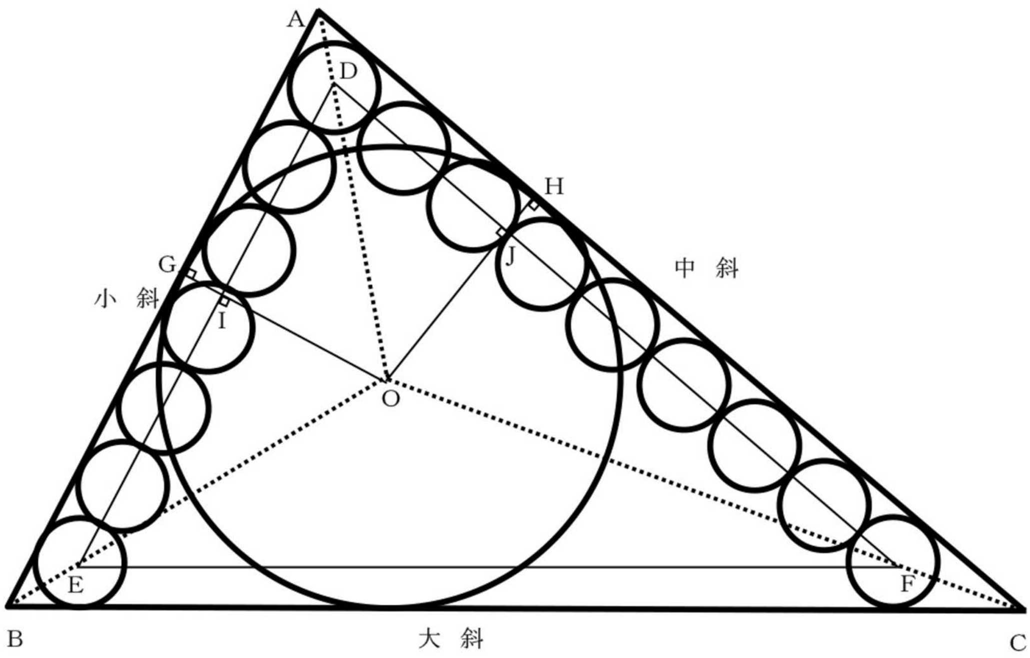
$$AB = \frac{(7-1)\times 2r}{(9-1)\times 2r} \times AC = \frac{(7-1)}{(9-1)} \times AC$$

中斜AC が8寸 だから

$$小斜 = AB = \frac{(7-1)}{(9-1)} \times 8 = \frac{3}{4} \times 8 = 6 寸$$

答．６寸

【解答例２】



図のように，小斜と中斜に接する円の中心，小斜と大斜に接する円の中心，中斜と大斜に接する円の中心をそれぞれD，E，Fとする。

△ＡＢＣの内接円Ｏの半径をＲ，等円の半径をｒとする。

△ＡＢＯ ∽ △ＤＥＯ，相似な図形の対応する線分の比は等しいので，

ＡＢ：ＤＥ ＝ ＯＧ：ＯＩ　より

$$(\text{小斜}):(7-1)\times 2r = R:(R-r) \quad \cdots\cdots①$$

同様に

$$(\text{中斜}):(9-1)\times 2r = R:(R-r) \quad \cdots\cdots②$$

①，②　より

$$(\text{小斜}):(7-1)\times 2r = (\text{中斜}):(9-1)\times 2r$$

$$(\text{小斜}) = \frac{(7-1)\times 2r}{(9-1)\times 2r}\times(\text{中斜}) = \frac{(7-1)}{(9-1)}\times(\text{中斜}) = \frac{3}{4}\times 8 = 6(\text{寸})$$

答．６寸

中級問題

中級問題は、岩手県盛岡市の八幡宮に文化３年(1806)に奉納された算額の問題をもとにしました。この算額は現在は残っていませんが、『南部の算額』(平山諦・長瀬義本編、昭和42年)に、横川直胤編「神壁算法追加　上下」から採録したものとして掲載されています。これによると、この算額は、関流の和算家志賀小左衛門吉倫の門人６名が奉納したもので、今回の問題は、その第６問、豊川京之助種徳によるものです。

《現代訳》

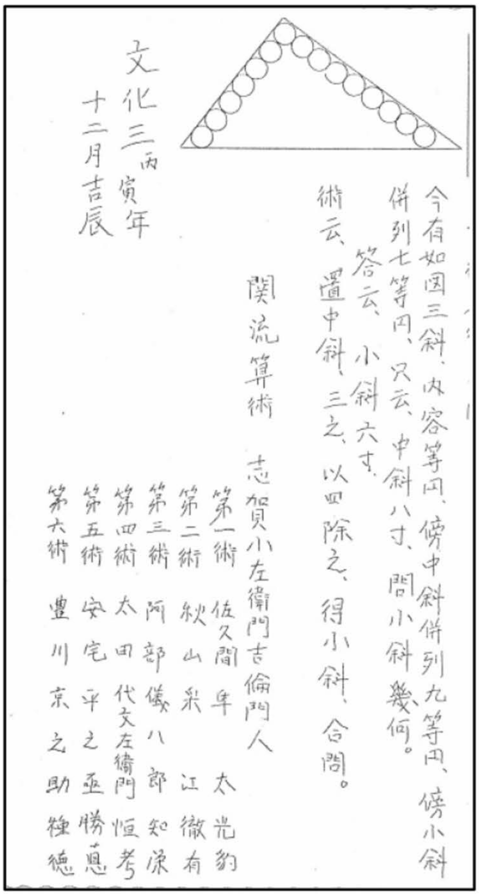
今、図のように三斜（三角形）がある。中に等円（半径が等しい円）を入れる。中斜に９個の等円が接し，小斜に７個の等円が接している。中斜が８寸のとき,小斜はいくらか。

答えて曰く

小斜は６寸

術に曰く

中斜を置き３倍し、４を以って除く、小斜を得る。



今有如図三斜、内容等円、傍中斜併列九等円、傍小斜
併列七等円、只云、中斜八寸、問小斜幾何。
答云、小斜六寸。
術云、置中斜、三之、以四除之、得小斜、合問。
関流算術　志賀小左衛門吉倫門人
第一術　佐久間平太光豹
第二術　秋山采江徹有
第三術　阿部儀八郎知康
第四術　太田代文左衛門恒考
第五術　安宅平之丞勝恵
第六術　豊川京之助種徳
文化三丙寅年
十二月吉辰

『南部の算額』

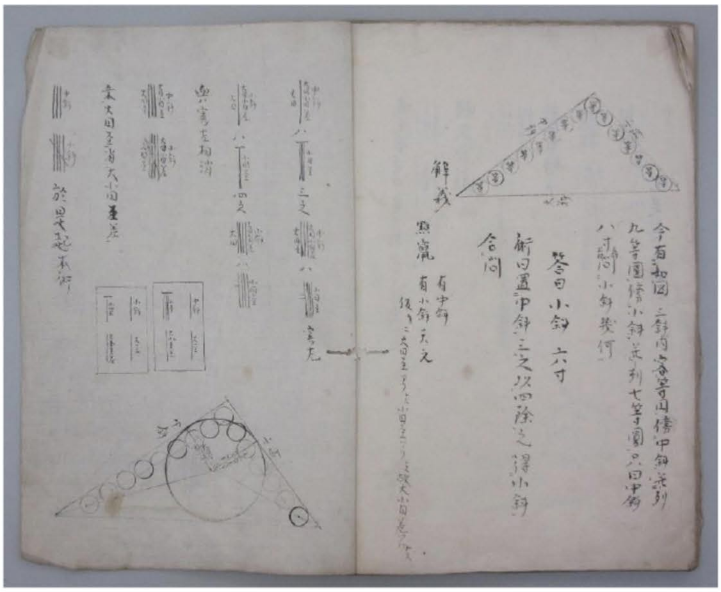
「術」の部分は

中斜×３÷４＝小斜

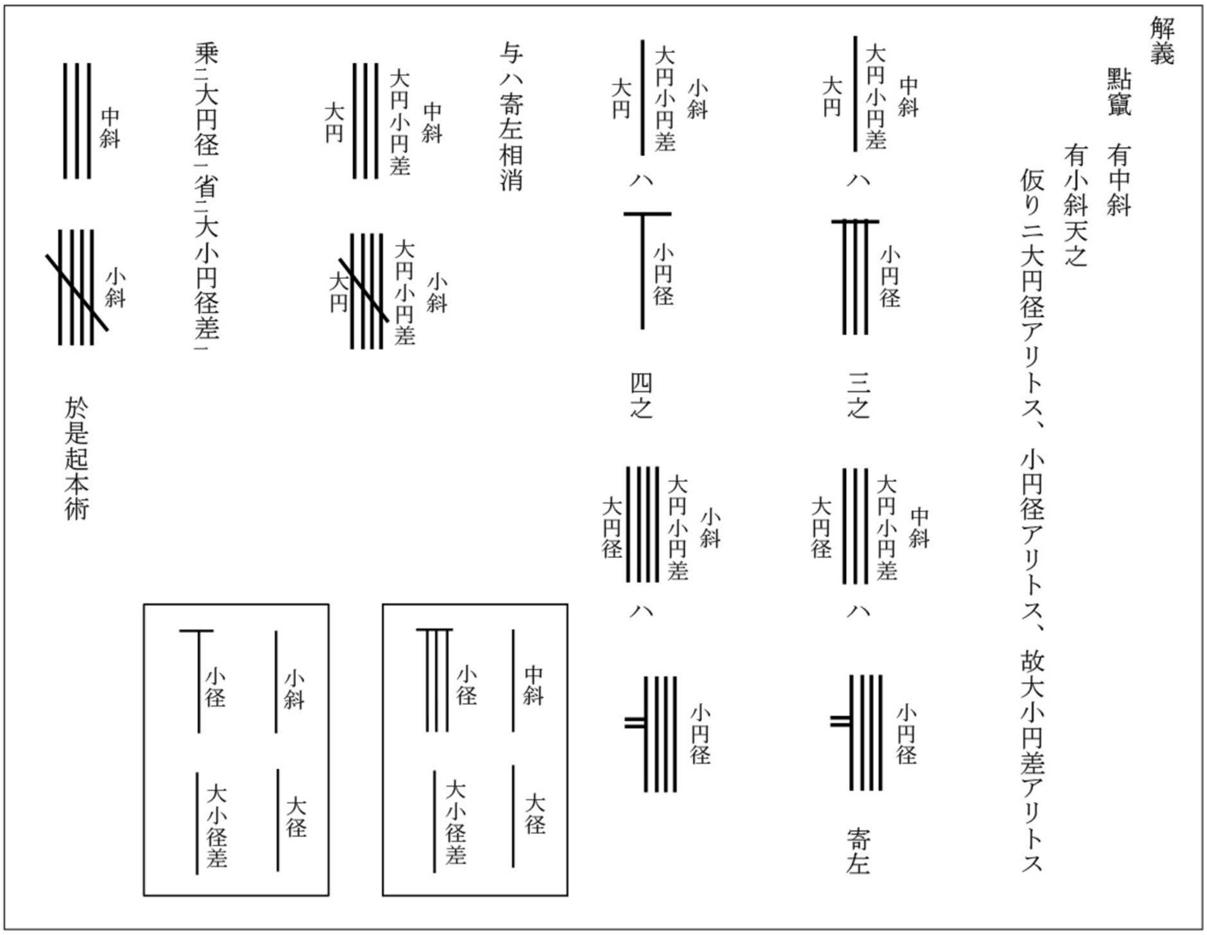
8×3÷４＝６

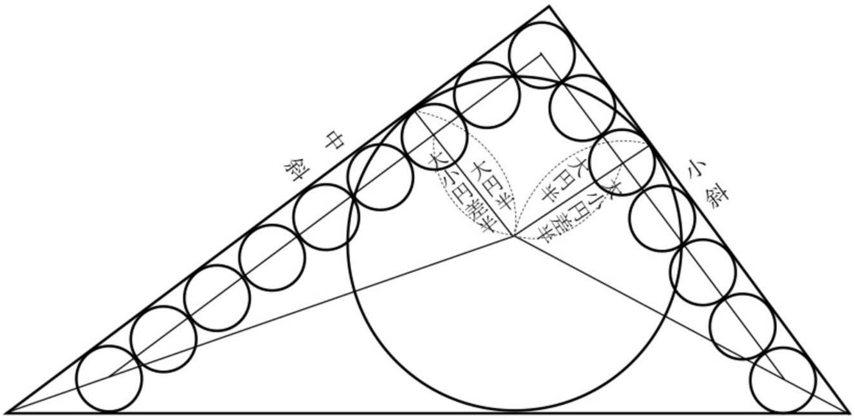
となり、最終的には答えがあっていますが、これだけでは、どのように解いたかは不明です。

この算額の解法を記した志賀吉倫訂「八幡宮奉納額算題六箇條術解」（もりおか歴史文化館所蔵）があります。



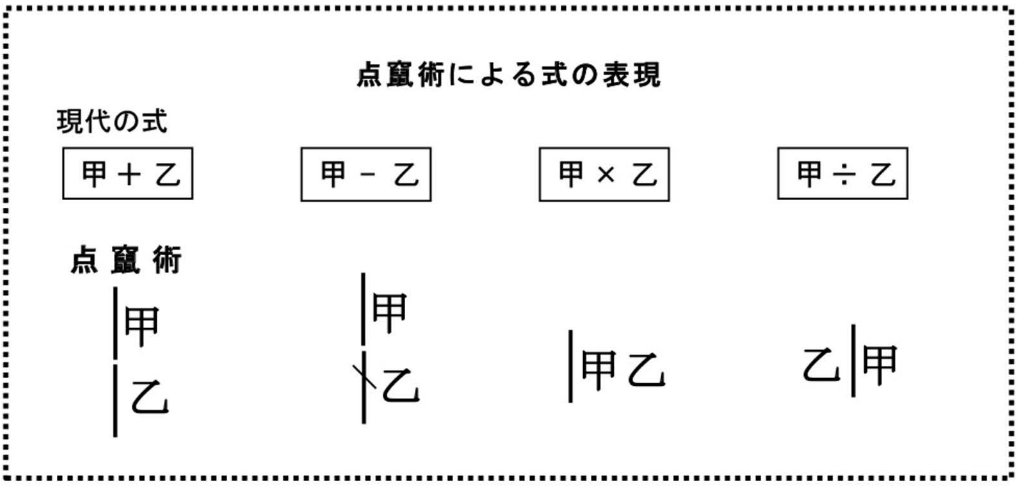
後半の「解義」は、解答を記しており、次のように書いています。





點(点)竄術によって式を表わしています。

和算の式は、点竄術や傍書法（ぼうしょほう）といい、「和算の祖」と称される関孝和が考案しました。



現代風の式に直すと

左下の　　　内は
中斜：大径　＝　８小径：大径－小径
小斜：大径　＝　６小径：大径－小径
　大径、小径は、大円の直径、小円の直径という意味で、大円、大円径、小円、小円径とも表わしています。

これを利用して

$$\frac{中斜\times(大円-小円)}{大円}=8\times小円$$

これを３倍して

$$3\times\frac{中斜\times(大円-小円)}{大円}=24\times小円$$

$$\frac{小斜\times(大円-小円)}{大円}=6\times小円$$

これを４倍して

$$4\times\frac{小斜\times(大円-小円)}{大円}=24\times小円$$

したがって

$$3\times\frac{中斜\times(大円-小円)}{大円}-4\times\frac{小斜\times(大円-小円)}{大円}(=0)$$

大円を乗じて（かけて）、$(大円-小円)$で割る

$$3\times中斜-4\times小斜(=0)$$

として、術文の　$小斜=\dfrac{3\times中斜}{4}$　の式を出しています

図のように、内接円を設定し、その中心と小斜、中斜への垂線を用いて解いています。
この考え方の方法を解答例２ に掲載しています。