

令和2年度出題問題①【初級問題】（小・中学生向き）

・天明4年(1784)刊『算法童子問』の問題をもとにしました。

まんじゅう30個（こ）を大僧（だいそう）、小僧（こぞう）合せて20人（にん）に分（わ）けようと思（おも）います。

大僧（だいそう）には1人（ひとり）に3個（こ）ずつ、小僧（こぞう）には2人（ふたり）に1個（こ）分（わ）けることにします。

大僧（だいそう）と小僧（こぞう）はそれぞれ何人（なんにん）いるでしょうか。

※大僧（だいそう）は一人前（いちにんまえ）のお坊（ぼう）さんで、小僧（こぞう）は修行中（しゅぎょうちゅう）の者（もの）のことです。



○審査員講評

コロナにより日本中に学びや生活様式が変わられた方が沢山いらっしゃると思います。心からお見舞い申し上げます。

それにもかかわらず初級は、小学1年生から95歳の高齢の方、親子4人で解答された御家族、6種類の解答を寄せられた方、その他から576名、延べ636件の解答、様々幅広く応募をいただきました。

応募された解答は、年齢により学びの過程が表れた力作・労作が多く、長い時間をかけて解を考えたことが強く感じられました。

正答率も高く、寄せられた解答から皆様の未来への前向きの姿勢が感じられ、和算を様々検証する私たちが逆に大きな希望と激励をいただきました。ありがとうございます。

問題はいわゆる文章問題で、原型は有名な「鶴亀算」です。応募された解答はおおまかに分けると6種類になりました。

- 1 過不足算の公式による解
- 2 面積図による解
- 3 連立方程式による解
- 4 1次方程式による解
- 5 いわゆる鶴亀算による解
- 6 題意を表で表し、条件を満たす組を探す解

この6種類のなかでも以下のような特徴がありました。

- ア 3の場合で方程式をグラフで表現・確認した解
- イ 全ての場合を数値計算して条件を満たす正解を求めた解。
これは予想しない解でした。
- ウ 2の面積図による方法もまた出題者が予想していない分かりやすい図の表現が多数ありました。
- エ 大人は1、2、3、5の方法そして数値計算の解答が多く見られました。特に1や5の解答者は数学に卓越している方々と感じました。中学生と高校生は2と3、小学生は6と、方法と学習段階に応じて解法が分かれました。
- オ 小学生低学年の解は特に意欲が感じられる労作が多く、楽しい審査の時間でした。

出題は原題を損なわず、小学生低学年が解答可能なように作成しました。しかし、数名の方から「大人1人が3個、小僧は半分では不公平な題意」との指摘がありました。次回以降、様々な観点を配慮して良問の出題に努めます。

○解答例

〔解答例1・面積図の利用〕

大僧の人数を(大)とし、小僧の人数を(小)とする。

大僧、小僧合わせて20人だから、

$$(大) + (小) = 20 \quad \dots\dots ①$$

大僧には1人に3個ずつ、小僧には2人に1個分けて(1人につき1個の半分ずつ分けて)30個になるから、

$$(大) \times (3 \text{ 個}) + (小) \times (1 \text{ 個の半分}) = 30 \quad \dots\dots ②$$

図1の面積図で

$$(ア) + (イ) = 30 \quad \dots\dots ③$$

図1の(イ)と図2の(ウ)は面積が同じだから、

$$(ア) + (ウ) = 30 \quad \dots\dots ④$$

(破線で囲まれた部分の面積)

$$= (\text{長方形 } ABCD \text{ の面積}) - \{(ア) + (ウ)\}$$

$$= (AB \times BC) - 30 \quad (④ \text{ より})$$

$$= (3 \times 20) - 30$$

$$= 30 \quad \dots\dots ⑤$$

④⑤より

$$(ア) + (ウ) = (\text{破線で囲まれた部分の面積}) \quad \dots\dots ⑥$$

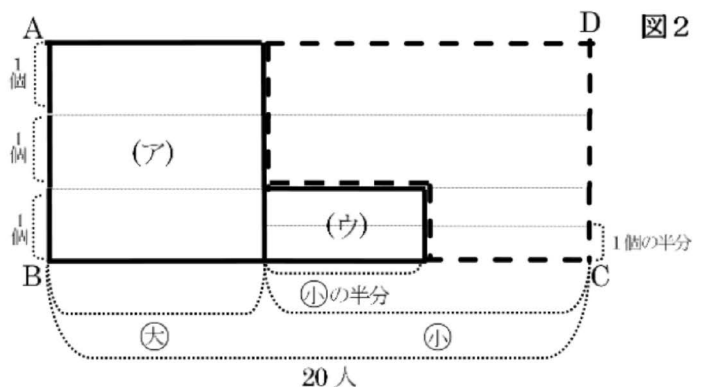
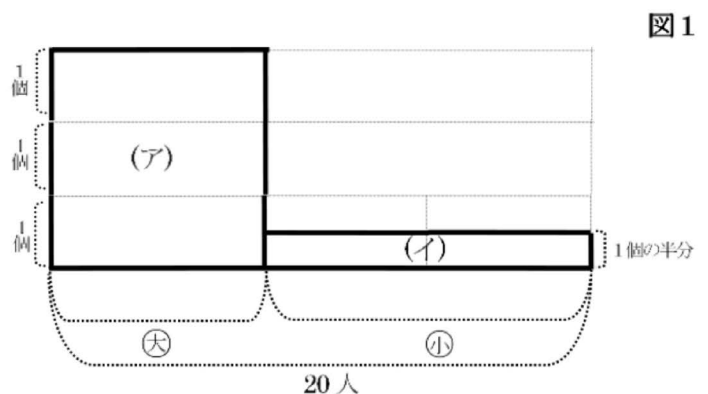
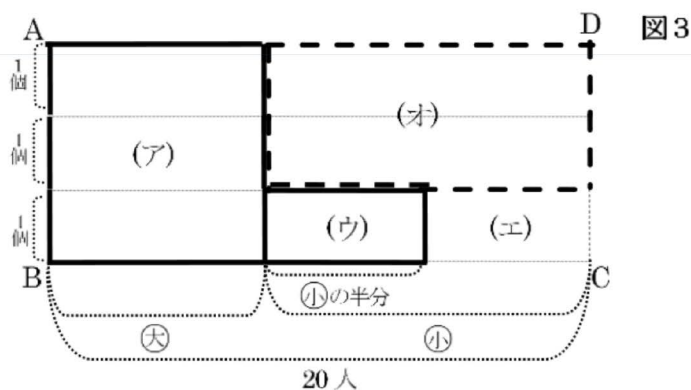


図3の(ウ)と(エ)は面積が等しいので、⑥より、
(ア)=(オ)

⑥が3つ分 = ④が2つ分 ⑦



⑦より、図4の面積図になる。

(長方形 ABCD の面積) = 60 なので、

(④が2つ分) + (④が2つ分) + (④が1つ分) = 60

(④が5つ分) = 60

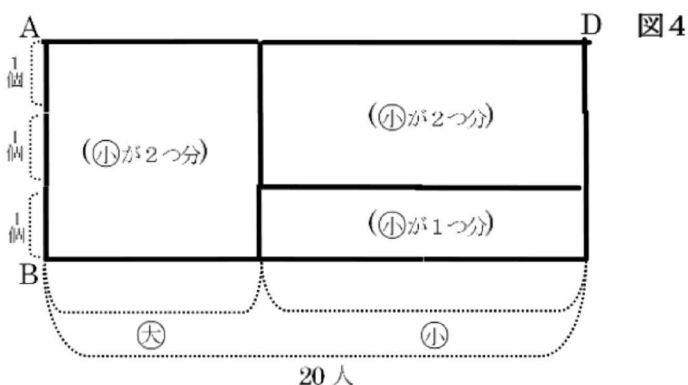
④ = $60 \div 5$

④ = 12

①より、

⑥ = $20 - ④ = 20 - 12 = 8$

答 大僧8人, 小僧12人



[解答例2・表の利用]

大僧の人数を中心に考える。

30(個) = 3(個) × 10(人)であり、大僧は9人以下である。

大僧の人数	小僧の人数	まんじゅうの個数 (総数)	
9人	11人	$3 \times 9 + \frac{1}{2} \times 11 = 27 + 5.5 = 32.5$ 個	×
8人	12人	$3 \times 8 + \frac{1}{2} \times 12 = 24 + 6 = 30$ 個	○

答 大僧8人, 小僧12人

[解答例3・表の利用]

小僧の人数を中心に考える。

小僧は2人で1個のまんじゅうであるから求める小僧の人数は偶数である。

小僧の人数	大僧の人数	まんじゅうの個数 (総数)	
2 人	1 8 人	$1 + 18 \times 3 = 55$ 個	×
6 人	1 4 人	$3 + 14 \times 3 = 45$ 個	×
8 人	1 2 人	$4 + 12 \times 3 = 40$ 個	×
1 0 人	1 0 人	$5 + 10 \times 3 = 35$ 個	×
1 2 人	8 人	$6 + 8 \times 3 = 30$ 個	○

答 大僧 8 人, 小僧 1 2 人

[解答例 4・つるかめ算の考え方]

20 人すべてを小僧とすると、必要なまんじゅうは $20(\text{人}) \div 2(\text{個}) = 10(\text{個})$ で、20 個あまる。

小僧 1 人で 0.5 個だから、大僧 1 人にかえると、2.5 個たさなければならない。

20 個あまっているから、 $20 \div 2.5 = 8$

だから 大僧は 8 人、小僧は $20 - 8 = 12$ 人

[解答例 5・1 元 1 次方程式の利用]

大僧、小僧合わせて 20 人いるから、大僧が x 人いたとすると、小僧は $(20 - x)$ 人いることになる。

大僧 1 人に 3 個ずつ、小僧 2 人に 1 個分けて、30 個になるから、

$$3x + \frac{1}{2}(20 - x) = 30$$

両辺に 2 をかけると、

$$6x + (20 - x) = 60$$

$$5x = 40$$

$$x = 8$$

したがって、大僧は 8 人である。

小僧は、 $20 - 8 = 12$ (人)

答 大僧 8 人, 小僧 1 2 人

[解答例 6・連立（2元1次）方程式の利用]

大僧が x 人、小僧が y 人いたとすると、

$$\begin{cases} x+y=20 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3x+\frac{1}{2}y=30 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad x+y=20$$

$$\textcircled{2} \times 2 \quad -) \quad 6x+y=60$$

$$\hline -5x = -40$$

$$x=8 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

③を①に代入すると、

$$8+y=20$$

$$y=20-8=12$$

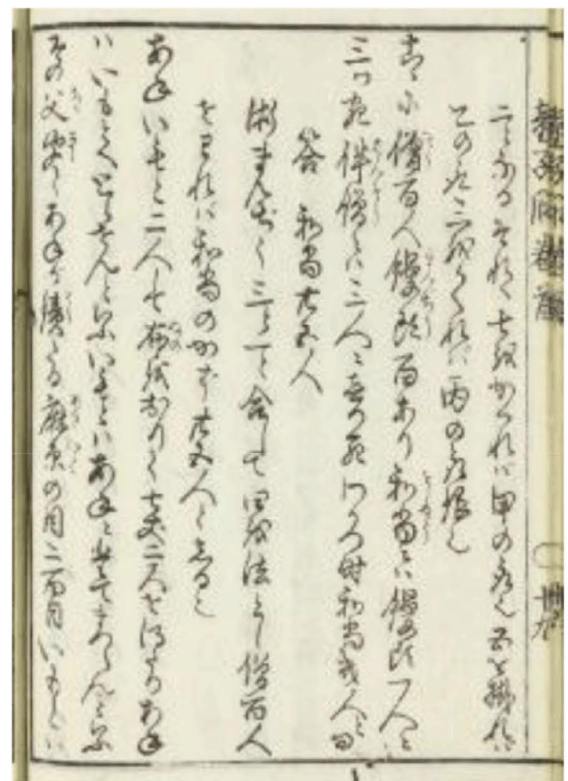
答 大僧 8 人、小僧 12 人

○解説

初級問題

初級問題は『^{さんぼうどうじもん}算法童子問』(^{てんめい}天明 4 年(1784))刊の問題をもとにしました。今回の表紙でも、とりあげていますが、代表的な江戸時代の和算書のひとつです。

首巻と、1 から 5 巻の全 6 巻ですが、この問題は、「日用算」をとりあげた首巻の 16 番目の「配分」の例題として掲載されています。



『算法童子問』首巻

原文の問題と答え(3行目から)は、次のように書いています。

ここに、僧^{そう}100人、饅頭^{まんじゅう}100あり。和尚^{おしょう}には饅頭1人に3つつ、
伴僧^{はんそう}には3人に1つつ分ける時、和尚幾人と問う
答 和尚25人

「答」の次の行に「術」とあり、解き方が次のように書かれています。

術 まんぢう^{じゅう}3と1と合して4を法とし僧100人をわれば和尚の数25人とするなり

現代の式で表すと、以下のようになります。

$$3 + 1 = 4$$

$$100 \div 4 = 25 \quad \text{答え 和尚 25人}$$