

令和3年度出題問題①【初級問題】（小・中学生向き）

・寛保3年(1743)刊『勘者御伽双紙』の問題をもとにしました。

しゅうい り いけ いけまわ うし うま おな
周 囲が 100里の池があります。池の周りを牛と馬が同じ
ところ おな む すす いちにち うし り うま り
所 から 同じ 向きに進みます。一 日に牛は5里、馬は30里
すす きょういっしょ しゅっぱつ つぎ あ
進みます。今日 一緒に出 発すると、次に会うのは
なんにちめ
何 日 目 ですか。
り なが たんい
※「里」は、長さの単位です。



○審査員講評

『勘者御伽双紙』から選んだ「交会術（こうかいじゅつ）」に属する出題でした。

解答は813通、最年少の小学1年生から96歳までの幅広い年齢層、地域的には国内はもとより中国蘇州日本人学校からも寄せられました。また、当地を代表する和算家、関流7伝千葉胤秀の旧宅が現存する一関市老松地区の小学校からは、児童だけでなく、家族や教職員、地域の人々をも含め地域ぐるみで取り組んだ答案が寄せられました。学校単位での応募はありましたが、地域全体での取り組みは初めての試みです。地域や学校単位で、江戸時代の貴重な文化である和算に対する理解が進んでいる証と感激しました。今後は他地域での同じ取組みを期待します。投稿を感謝しながら感想を述べて講評とします。

解答は大別して4通りになりました。

ア 数値計算の方法

小学生、中学生、高校生、一般の一部は、牛と馬の進む距離を丁寧に計算して求値していました。低学年は表現が未熟ですが、学年が進行するにつれて、数学的・具体的になり学校教育の成果（生徒の数学的資質向上）が感じられました。

イ 方程式による方法

丁寧に簡潔明瞭な答案が大半でしたが、何を未知数にしたのか表現されていない残念な答案が見受けられました。

ウ mod（合同式）による方法

エ 1次関数のグラフによる方法

小学1年生から高齢の方まで力作揃いの答案でした。また、初級問題にもかかわらず、専門家からたくさん答案をいただきました。

さらに、問題の表現についても貴重な指摘がありました。ご指摘について触れます。問題作成については、作題委員会が、採用する算額問題や和算書の題意や表現を損なわないように配慮しながら現代訳しています。今回は、数学研究に係わる専門家の方々を悩ませてしまいました。それは問題文にあった「次に会うのは『何日目』」という表現です。ご指摘は次の2点に集約されました。

指摘1

「丸々4日間歩いたら進んだ長さの差ははじめて100里になるがこの答えは、4日目か5日目か？。4日目の最後の1秒間で同じラインに立つのが『会う』なのか。5日目の最初の1秒間で同じラインから追い越す1歩を踏み出すことが『会う』というのではないか？ あえて、5日目を答えとしたい。」

指摘2

「問題文の『今日一諸に出発』というのを、仮に1月1日の午前7時だとすると、会うのは1月5日の午前7時になる。1月1日が1日目となるので、1月5日は5日目となるのでは？」

この指摘により答案の表現にも着目しました。解答者は「ア x日後に会うとする。イ 次に会うまでの日数をx日とする。ウ x日経過後 エ 求める日数をxとする。」と厳密に表現された方と、「x日目に会うとする。」と出題通りにした方に分かれました。

出題に当たっては、ご指摘いただいたように「何日目（何日後）ですか。」等と投稿者を悩ませない表現で出題をすべきでした。次年度も様々配慮しながら出題します。宜しくお願い申し上げます。

○解答例

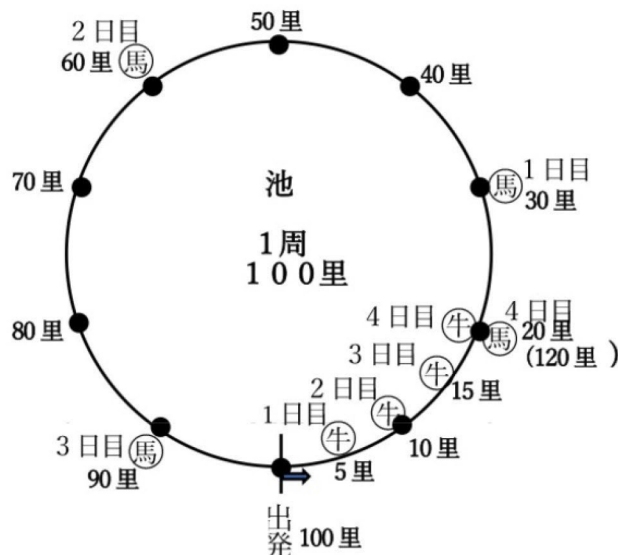
[解答例1・表の利用]

| | 1日目 | 2日目 | 3日目 | 4日目 | 5日目 |
|---|-----|-----|-----|---------------------------|---------------------------|
| 牛 | 5里 | 10里 | 15里 | 20里 | 25里 |
| 馬 | 30里 | 60里 | 90里 | 120里 ↓ 1周(100里)と20里 | 150里 ↓ 1周(100里)と50里 |

答 4日目

[解答例2・図の利用]

牛の移動の様子を円の内側に、馬の移動の様子を円の外側に画く。



答 4日目

[解答例3・合同式の利用]

再び出会うとき、牛、馬の進む道のりの差は、100の倍数になるから、 n 日目に再び出会うとすると

$$5n \equiv 30n \pmod{100}$$

$$25n \equiv 0 \pmod{100}$$

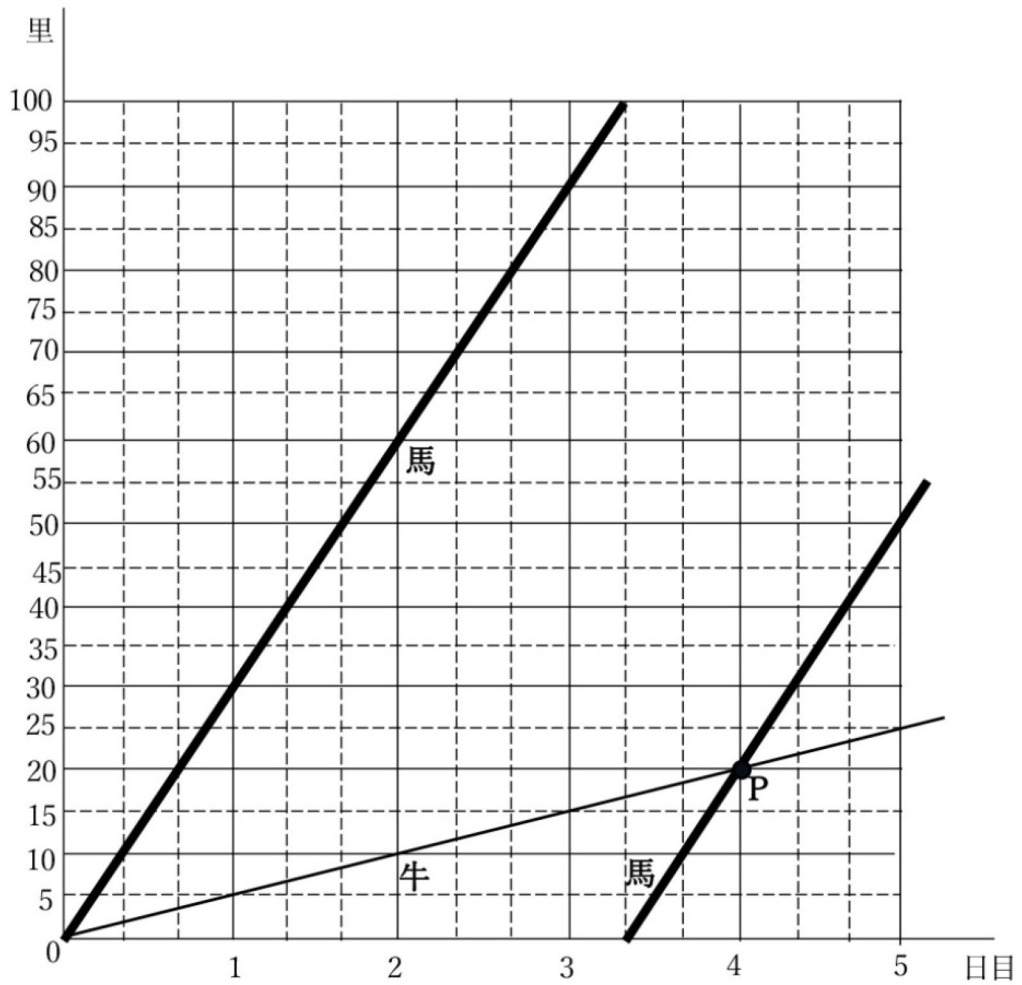
n は2以上の自然数であるから、最小の n は4。

答 4日目

[解答例4・グラフの利用]

牛は1日で5里進む。馬は3分の1日で10里進む、3分の2日で20里進む。

下の図で、牛のグラフと馬のグラフの交点Pで出会うから、4日目で出会うことになる。



答 4日目

初級問題は、京都の中根彦循^{げんじゆん}が寛保3年(1743)に刊行した『勘者御伽双紙』^{かんじゃおとぎそうし}の問題をもとにしました。この本は、「小町算」^{こまちざん}や「薬師算」^{やくしざん}など数学遊戯^{すうがくゆうぎ}をとりあげて刊行された最初の本とされています。

この問題は、「交会術」の例題として取り上げられています。「交会術」とは、めぐり会うことを問題にしたものです。(2数の最小公倍数を求める計算方法をいうこともあります。)

原文の問題と答えは、次のように書いています。



『勘者御伽双紙』

たとへば周百里の池あり、是を牛馬同じ方へ廻るに日毎に歩むこと
牛ハ五里、馬ハ三十里なり、今日一所に出て又幾日経て再会と問
答云 四日

は曰るの三すりの内牛乃五里とさうて残り二十五里と法と
して周百里をわれば四日としるるなり

答云 四日

たとへば周百里の池あり、是を牛馬同じ方へ廻るに日毎に歩むこと
牛ハ五里、馬ハ三十里なり、今日一所に出て又幾日経て再会と問
答云 四日

たとへば周^{めぐり}百里^{いけ}の池あり、是を牛馬^{おな}同じ方^{かた}へ廻るに日毎^{あゆむ}に歩むこと
牛ハ五里、馬ハ三十里なり、今日一所に出て又幾日経て再会と問
答云 四日

「答曰」の次の行に「法曰」として、解き方が次のように書かれています。

法曰 馬の三十里の内牛の五里をさりて残り二十五里を法として周百里をわれば四日としるるなり

現代の式で表すと、以下のようになります。

$$30 - 5 = 25$$

$$100 \div 25 = 4 \quad \text{答え} \quad 4 \text{日}$$

「里」は、どれくらい?

「里」は、長さの単位、一般的には約4kmですが、このように統一されたのは、明治24年に公布された法律によるもので、それまでは全国でまちまちでした。一関藩や仙台藩では、36町(1町=60間=約108m)の1里(約4km)と、その6分の1の6町の1里(約650m)が距離を表わす単位として両方使われていました。千葉県の九十九里浜も6町の1里で計算するとだいたい合うそうです。それにしても大きな池ですね。