

初級問題  
(小学生以上向け)



寛保 3 年(1743)に、鞍迫(くらはさま)観音(遠野市)に奉納された算額の問題です。

キジとウサギが合わせて 50 疋(ひき)います。足の合計は、122 本です。  
キジとウサギ、それぞれ何疋(ひき)いるのでしょうか。

審査員講評

今回の初級の問題は、いわゆる“ツルカメ算”に相当するものですが、奉納算額へのこの類の掲載は意外と少なく、大半が図形に関わるものです。

初級問題への解答応募数は、昨年度より若干少ない700件余りで、最年少は小学一年生、最高齢は89歳で、全世代に亘っていました。しかし、大半は小、中学生で占められ、同じ学校からまとまったの応募が多数あり、学校なり学年で取り組まれた先生方の努力、配慮に敬意を表したいと思います。

解答の内容は大きく分けて、試算により帰納的に解いたもの、図表などを使って解いたもの、いわゆる“ツルカメ算”によるもの、そして定石どおり方程式により解いたものでした。この中でやはり小学生の解答が何といてもバラエティに富み、その発想の多様さに感心し、審査冥利に尽きた次第です。これが、中・高生になるとほとんどが連立方程式による解答となり、その切口が一挙に特化していきました。20歳以降になると、連立方程式に再度小学生の発想のものが加わり、独自に考えた形跡が何れ興味深く拝見しました。複数解答では一人で8種を応募した方もありました。また行列式を援用した解答も2人程ありました。

和算家が解き方を和歌にした“鶴問わば、頭の数に二を掛けて、総足数の半分を引け”を用いた解答もありました。x、yを使わず、代数に近い形、例えばxを“□”とか“キジ”に、yを“○”とか“ウサギ”に置き換えて正解を導いた解答も数件見受けました。

小学生の解答は、その多様な考え方を楽しませてくれた一方で、正解とするかどうか悩ましい解答も多くありました。結果的には何らかの書き込みの過程があって、かつ答えが正しく記されていたものは、すべて正解としました。答えが分かっているにもかかわらずうまく表現できずに終わってしまったのでは、という配慮からです。

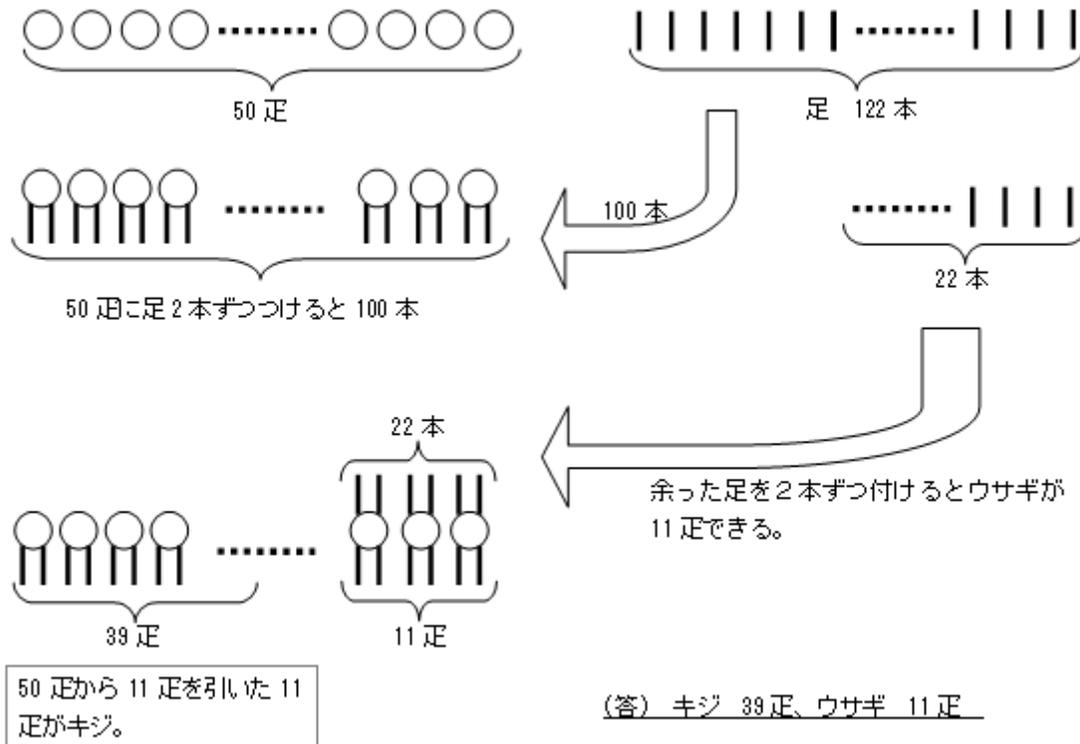
問題、解答ともに分かりやすい内容だったので、正答率は非常に高く、正解としなかったのは、明らかな誤答及び答えのみ直接的に記したもので、ほんの数件に止まりました。

この冬、貴重な時間を応募のために費やされ、努力されたことに心から感謝し講評といたします。本当にありがとうございました。

解答例

キジ、ウサギともに「足」と数える。キジは足が2本、ウサギは4本である。

【解き方1】



【解き方2】

キジが 1 足もないとすると、50 足ともウサギになり、足の合計は、  
 $4 \times 50 = 200$ (本)  
 となる。ところが、実際の足は 122 本なので、これより  $200 - 122 = 78$ (本)少ない。  
 これは、キジがいるためで、キジが 1 足増えるごとに、足は 2 本ずつ減る。  
 足が 78 本少なくなるには、キジは全部で、  
 $78 \div 2 = 39$ (足)  
 いることになる。これから、ウサギは、  
 $50 - 39 = 11$ (足)

(答) キジ 39 足、ウサギ 11 足

このような問題を鶴亀算といいます。和算では、「鶴亀の歌」などといって、解く方法を右のような和歌にして暗記しました。  
 逆に考えて「鶴問わば 頭の数に 2 をかけて、総足数の半分を引け」という歌もあります。

鶴亀の歌  
 鶴問わば 頭の数に 2 をかけて  
 足数引いて 2 で割るなり

### 【解き方 3】

キジを  $x$  疋とすると、ウサギは  $(50-x)$  疋であるから、次の方程式が成り立つ

$$2x+4(50-x)=122$$

$$2x+200-4x=122$$

$$-2x=-78$$

$$x=39$$

したがって、キジは39疋

ウサギは  $50-39=11$  より11疋

(答) キジ 39疋、ウサギ 11疋

### 【解き方 4】

キジを  $x$  疋、ウサギを  $y$  疋として、次の連立方程式がたつ

$$x+y=50 \dots \textcircled{1}$$

$$2x+4y=122 \dots \textcircled{2}$$

①を2倍すると

$$2x+2y=100 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{3} \text{ で } 2y=22$$

$$\therefore y=11 \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して } x+11=50$$

$$\therefore x=50-11=39$$

(答) キジ39疋、ウサギ11疋

### 【解き方 5】

等差数列の一般項を求める公式を用いる

ウサギ	足数	キジ	足数	足数計
1 疋	4 本	49 疋	98	102
2	8	48	96	104
3	12	47	94	106
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	⋮	⋮	⋮	122

初項 102、公差 2 の等差数列の第  $n$  項が、122 になると考えて

$$102+2(n-1)=122$$

$$2n=22$$

$$\therefore n=11 \dots \dots \text{ウサギ}$$

ゆえに キジは  $50-11=39$

(答) キジ 39疋、ウサギ 11疋

解説

初級問題は、岩手県遠野(とおの)市宮守(みやもり)町の鞍迫(くらはさま)観音(かんのん)に寛保(かんぼう)3年(1743)に、近くに住む幸治という人が奉納した算額(さんがく)の問題です。この算額は、2題の問題が書かれた高さ 35 cm、横 76 cmの比較的小形のものです。現在、私たちが神社で願い事を書いて奉納する小さな絵馬(えま)のように、五角形の形をしています。原文は、次のとおりです。

雉子兔取合五拾疋有足数百貳拾貳本也  
 雉子足二本兔足四本銘々幾何問  
 答曰雉子三拾九疋兔拾壹疋

現代訳

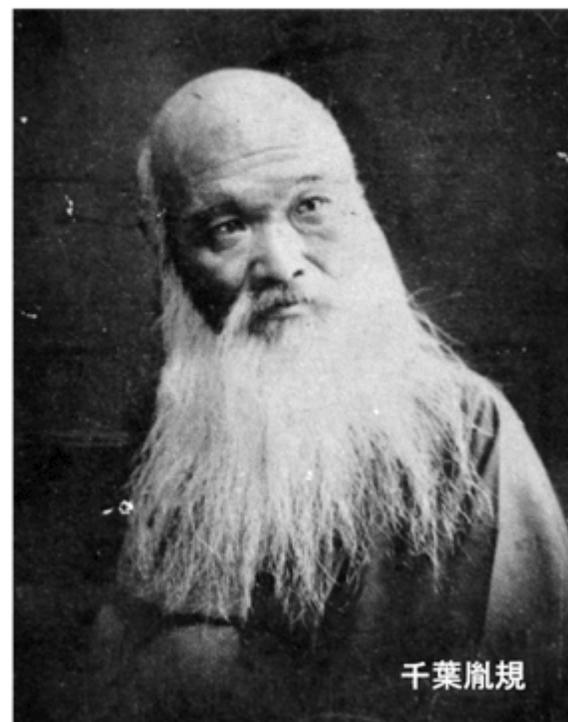
雉子と兔合わせて 50 疋ある。足の数は 122 本である。雉子は足 2 本、兔は足 4 本とすると、それぞれいくら(何疋)か

答え  
雉子 39 疋、兔 11 疋

このような問題は、「鶴亀算」といいます。

今から約 1700 年前の中国の数学書に、歴史上初めて「鶴亀算」が現れました。但し、ツルとカメではなく、この問題のようにキジとウサギでした。日本にもそのまま伝わり、江戸の和算家坂部広胖が書いた『算法点竄指南録』という本ではじめてキジとウサギがツルとカメとなって登場します。この本は文化 12 年(1815)の出版と考えられていますから、鞍迫観音に算額が奉納された当時は、何算とよんでいたかわかりませんが、キジとウサギの問題としてよく知られていたのでしょう。

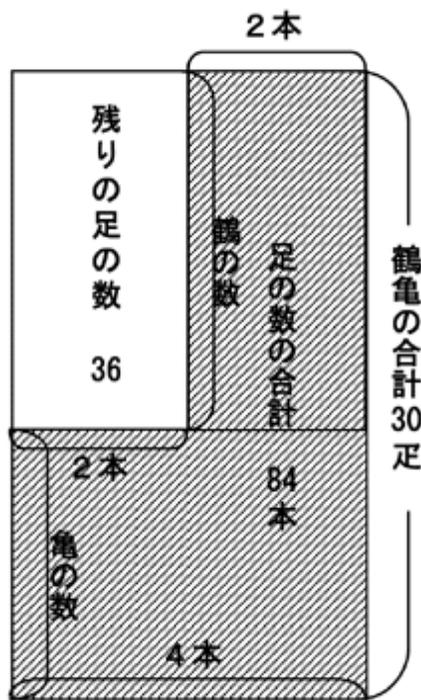
鶴亀算は和算の本にはよくでてきます。一関の和算家千葉胤秀が編集した『算法新書』は、文政 13 年(1830)の出版ですが、鶏と兔の問題として出ています。胤秀の孫(和算編 中級問題で触れる千葉胤道の息子)で関流 9 伝の和算家千葉胤規は、



千葉胤規

明治34年(1901)に『和算独学前編』をあらわしましたが、その中の鶴亀算の解説を紹介します。明治時代になると学校では西洋の数学をもとにした洋算が教えられたために、和算は学ばれなくなってきます。しかし胤規は、当時まだ地域の事情や貧富の差などの事情で短期間の教育だけで終わってしまう子どもたちがいるため、その子らの「算勘を補育」する助けとするためこの本をつくりました。

鶴亀算は、「差分」(ある数を一定の規則によって配分する計算)の応用問題の第一にあります。問題は、庭の前の鶴亀合わせて30疋、この足の数をたすと84本あるとき、鶴亀それぞれの数を求めなさい、という問題です。次のように図を使って説明しています。和算では、この様に面積を求める様にして説明する事が良くあります。今回の初級問題でもこのような図を用いた解答もありました。



$$4(\text{本}) \times 30(\text{疋}) - 84(\text{本}) = 120(\text{本}) - 84(\text{本}) = 36(\text{本})$$

・・・30疋全てを亀とする(大きな長方形)と、  
36本足が多い(白い部分)

$$4(\text{本}) - 2(\text{本}) = 2(\text{本})$$

・・・亀と鶴の足の数の差

$$36(\text{本}) \div 2(\text{本}) = 18(\text{疋}) \cdots \cdots \text{鶴の数}$$

(図上部の長方形の縦)

『和算独学前編』の鶴亀算

第一 ○差分應用問題  
第一 庭前ノ鶴亀合テ三十疋此足数ヲ算レハ八十四本アリト云トキ鶴亀各数ヲ問

第一  
庭前ノ鶴亀合テ三十疋此足数ヲ算レハ八十四本アリト云トキ鶴亀各数ヲ問

四本  
三十疋  
八十四本  
ハ残足数三十  
六本ヲ得ヘシ之レヲ四本ト二  
本ノ差ノ二本ヲ以テ除シ鶴ノ  
数ナル此理ハ加減乗除混題ノ

鶴亀算は、江戸時代いろいろな問題がつくられて楽しまれています。天明4年(1784)に出された『算法童子問』(村井中漸編)に面白い問題がありますので、挑戦してみませんか。

◎亀蛙の事

庭の池をみると6眼の亀(目が6個ある亀)と3足の蛙(足が3本の蛙)がいる。  
その数はわからない。  
足の数は合わせて93、眼の数は合わせて102ある。  
亀と蛙それぞれ何匹いるか。

(答) 亀 12匹、 蛙 15匹