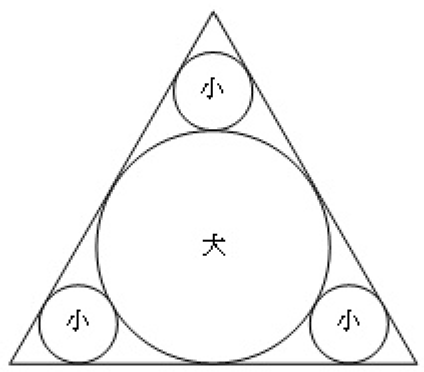
和算に挑戦 ー平成 24 年度中級解答例ー

中級問題（中学生以上向け）	 氷川天満神社(桶川市)に明治 43 年(1910)に奉納された算額の問題をもとにしました。 **図のように正三角形に大円 1 個と小円 3 個が内接しています。 正三角形の 1 辺を 2 尺 5 寸とすると大円と小円の直径はいくらですか。 1 尺は 10 寸です。**

審査員講評

中級問題は一人で複数解の解答も含めて延べ２９５通の応募がありました。残念ながら昨年度よりは減少したようです。

今回の問題は三角形に内接する大円と小円の二つの円の直径を求める問題でしたが、三角形が正三角形ということで取り組みやすかったようです。

解答は大別すると、60°、30°の直角三角形の辺の比を利用しての解答、大円と小円の中心間の距離の和と差を各辺の長さとする直角三角形を利用しての解答、相似な三角形の辺の比を用いての解答などに分けられました。また、正三角形ということから、重心と内接円の中心である内心とが一致するので、三角形の頂点と接点を結ぶ中線を２：１の比に内分する点が内心になるからとの展開で、三角形の中線の長さを求めてから、簡単に求めている解答も多くありました。その他面積を用いての解答などいろいろな着想や工夫に富んだ解答も多く、審査をしていて優秀答案として推したいものが多く、楽しく採点させていただきました。図形的にいろいろな角度から考えやすかったようで、考え方に間違いはほとんどありませんでした。また、日頃は半径を求める問題に慣れているためか、半径で答えている解答も多かったのですが、過程に誤りがなければこれも正解としています。

正解とできなかったものの中には、大円の半径を求めてそれをもとに小円の半径を計算する際に、大円の直径を用いてしまったミスや、2 尺 5 寸や$\sqrt{3}$の取り扱いの際の計算ミスなどがあり、途中の考え方があっていただけに非常に残念でした。近似値を求める場合、どの段階から数値を代入するかで微妙な差が出てくると思います。できるだけ最後の方の段階になってから代入した方が誤差は少なくなるのでないかと思います。

また、大円の半径は、(三角形の面積)=(各辺の長さの和)×(内接円の半径)×$\frac{1}{2}$ などによって求めることができたが、小円の半径は解けなかった、という答案もありました。これは半正解で、正解とはしませんでした。

どのようにして求めたのかという過程を含めて採点していますので、結果の数値だけ書かれている場合は正解とはしていませんので、ご了承をお願いします。答案はできるだけていねいな展開、または、他の人に教えるような考えで作成していただきたいものと思う次第です。

今年度の「和算に挑戦」も終わりました。応募いただいた皆様、ありがとうございました。挑戦者の皆様の熱意に敬意を表し、来年度、また多くの方の「和算に親しむ、楽しむ」応募を期待しまして、審査の報告とさせていただきます。

解答例

図のように大円の中心をOとし、D、E、I　を接点とすると、

△ABCは正三角形なので、$AE=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{5}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{4}$

△AODは$\angle AOD=60°$、$\angle OAD=30°$　の直角三角形なので、

$AO=2\times OD$　また　$OD=OI$

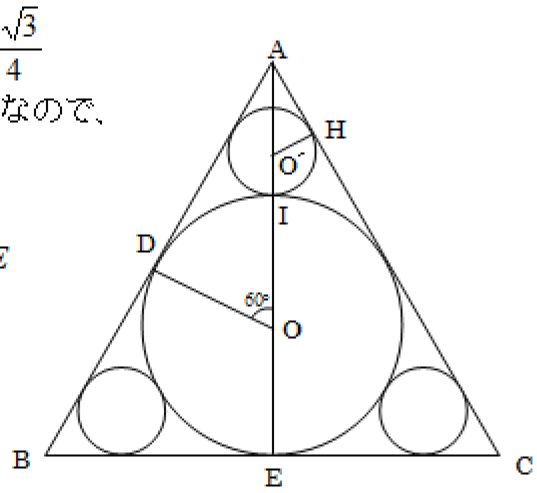
従って　$AO=2\times OI$　、　$IO=OE$　　であるから

$AI=AO-OI=2\times OD-OI=2\times OI-OI=OI=OE$

これより　　$AI=\frac{1}{3}AE$　、　$IE=\frac{2}{3}AE$

従って　大きい円の直径$=\frac{2}{3}AE=\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}\sqrt{3}=\frac{5}{6}\sqrt{3}$

これを小数で表すと　1.44333…尺になる。



次に　　$AO'\sin 30°=O'H=\frac{1}{2}AO'$　(角が30°、60°、90°の直角三角形であるから)

$\therefore AO'=2O'H$

$AI=AO'+O'I=AO'+O'H=2O'H+O'H=3O'H$　　より

$AI=3\times$小さい円の半径

$2AI=3\times$小さい円の直径

従って　小さい円の直径$=\frac{2}{3}AI=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}AE=\frac{2}{9}\times\frac{5}{4}\sqrt{3}=\frac{5}{18}\sqrt{3}$

小数で表すと　0.481…尺である。

なお、算額には(術)は書かれていないが、術文を推測し現代式で表せば

小円の直径$=\frac{\sqrt{3}\times\text{正三角形の1辺}}{9}$

大円の直径$=\frac{\sqrt{3}\times\text{正三角形の1辺}}{3}$　　　になる。

小円の直径$=\frac{5\sqrt{3}}{18}=0.481\cdots$尺

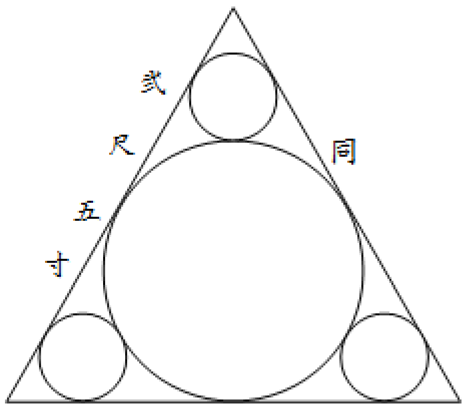
答　　大円の直径$=\frac{5\sqrt{3}}{6}=1.4433\cdots$尺

解説

中級問題

中級問題は、埼玉県桶川市の氷川天満神社に明治 43 年(1910)に奉納された算額の問題をもとにしました。氷川天満神社は、貞観 11 年（869 年）の創建と伝えられる由緒ある神社で、古くから近隣の人々に知られ、信仰されてきました。

算額は、隣接する鴻巣町(現鴻巣市)に住む西田又市郎の門人 25 名が各 1 題、25 題を奉納したもので、今回の問題は 5 番目にあり、原文は、『埼玉の算額』によると、以下のようになっています。



今有如図三角平只云大円一個小円
三個入客ス又云三角方面二尺五寸ニシ
大円径小円径各何程ト問
答テ
大円径一尺四寸四分三リン三
?
小円径四寸八分三リン
小山武兵衛

現代訳

問題　今、図のように正三角形の中に大円１個、小円３個を入れる。正三角形の１辺を２尺５寸とすると、大円と小円の直径はそれぞれいくらか。

答え　大円の直径　１尺４寸４分３厘３
　　　　小円の直径　４寸８分３厘

多くの算額には、「術日・・・」として解き方を書いていますが、この算額にはありません。残念ながら、和算家がどのように解いたかを知ることはできません。

深川英俊氏の『例題で知る日本の数学と算額』(1998年、森北出版)によると、埼玉県内には、現存する算額が 87 面で、福島県の 113 面、岩手県の 104 面(岩手県のみ 2012 年現在)に次いで全国３位です。また、関流のものが中心であること、1840年～1920年にかけて多く奉納されているのは、岩手県の状況と似ています。この算額も明治の終わり頃の奉納で、学校で西洋数学をもとにした洋算による数学教育が行われる中でも、和算の伝統が生き続けていたことを知ることができます。