平成30年度出題問題①［初級問題］（小・中学生向き）

・文政13年(1830)刊『算法新書』の問題をもとにしました。

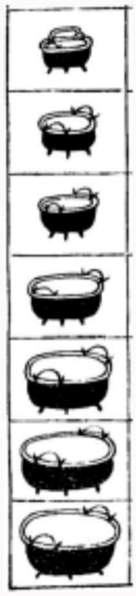
「七つ入れ子（ななついれこ）」の鍋（なべ）を売（う）っています。

1番目（ばんめ）の鍋（なべ）は2番目の鍋に入（はい）り、2番目の鍋は3番目の鍋に入るように、順番（じゅんばん）に大（おお）きくなって、7番目まであります。それぞれの代銀（だいぎん）（値段（ねだん））の差（さ）は同（おな）じです。

3番目の鍋の代銀は56匁で、6番目の鍋の代銀は86匁です。

7番目の鍋の代銀は何匁ですか。

この問題（もんだい）の値段は，銀貨（ぎんか）であらわしていて，その単位（たんい）は匁です。



○審査員講評

今年度の初級問題は、『算法新書』巻之二の差分（さぶん、一定の規則によって数を配分すること）からの出題でした。「入れ子算」は、等差数列、等比数列になるものなどがあり、『塵劫記』をはじめ、多くの和算書に載っています。問題を解くことによって江戸時代の和算文化の一端に触れて頂けたことと思います。

初級問題の応募者の最年少は小学１年生、最高齢は１０１歳と幅広い年齢層の方々から応募して頂き、また親子での応募もあり、たいへん喜ばしく感じます。小学生、中学生の解答はそれぞれの学習段階に応じて解答しているところがすばらしいと思いました。「匁」を「円」にしている解答もみられ、「匁という代金の表し方をはじめて知った。」という感想もありました。

〔小学生の解答について〕

○問題自体は比較やさしく、頭の中で立式、計算していると思いました。それを分かりやすく説明して伝えるのが難しかったようです。言葉だけで伝えようと苦労していたお子さんが多くみられました。その中で図・表・式を上手に使いながら説明しているのが何人もみられて普段の授業の中で鍛えられている様子が分かりました。

○分からない数を□やｘにおきかえているものもありました。

○学校、学級単位で取り組み、試行錯誤したり、相談したりしながら解いている様子が思い浮かびました。

○自分の頭の中だけで解決している子が多く、途中の考えを省略しているものもみられ、相手を意識して筋道だてた説明を書くことを心がけてほしいです。簡単な間違い「８６－５６＝２０」が残念でした。

〔中学生の解答について〕

○表・式・グラフの利用、方程式の利用、関数的な見方で解答しているものもみられ、より数学的に考えていました。

○正答だけを追い求めるのではなく、自分の考えを表現する力、分かりやすく説明する力など普段の学校での授業を通してつけて欲しいと願います。

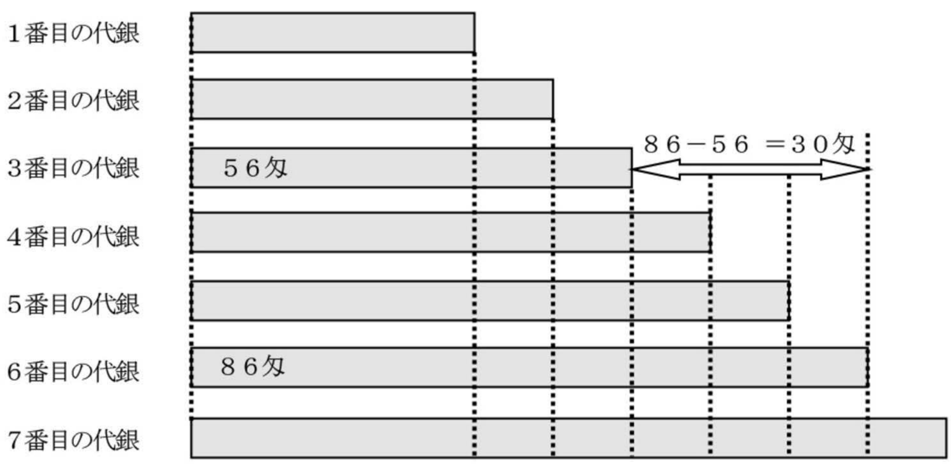
高校生以上の解答では数列の利用、関数の利用などもみられ、等差数列になる「入れ子算」の一般化を示していただいた方もいて、審査員も勉強させて頂きました。昨年度同様、傍書法を用いた和算特有の解法もあり、和算を深く研究なされていることがうかがえ、審査員も感心いたしました。

学校・学年・学級で応募していただきました団体の和算に対する熱心な取り組みに対し、心から感謝申し上げます。類似する解答が出てくることは避けられませんが、自分で考え表現した解答を期待しています。

多数の応募者の中から賞を選考することは大変難しいことでしたが、解法を丁寧に表現、説明されている方を選ばせていただきました。「和算に挑戦」に多くの方に挑戦していただき、さらに和算文化について知っていただきたいと願っています。

○解答例

【解答例１　　　線分図，面積図等の利用】



３番目と６番目の代銀の差は

　８６－５６＝３０（匁）

３番目と４番目，４番目と５番目，５番目と６番目の代銀の差は

みな同じだから，

　（代銀の差）＝３０÷３＝１０（匁）

したがって，

　（７番目の鍋の代銀）＝（６番目の鍋の代銀）＋１０＝８６＋１０＝９６（匁）

答．９６（匁）

【解答例２　　　等差数列，連立方程式の利用】

ｎ番目の鍋の代銀をa_n，$a_1 = a$，代銀の差をｄとすると，a_nは等差数列となる。

$a_n = a + (n-1)d$　だから，

$a_3 = a + (3-1)d = a + 2d = 56$

$a_6 = a + (6-1)d = a + 5d = 86$

$$\begin{cases} a + 2d = 56 \cdots\cdots ① \\ a + 5d = 86 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

②−①より

$3d = 30$

$d = 10$　　　$\cdots\cdots$③

③を①に代入すると，

$a + 2 \times 10 = 56$

$a = 56 - 20 = 36$

したがって

７番目の代銀は，３６＋（７－１）×１０＝９６（匁）

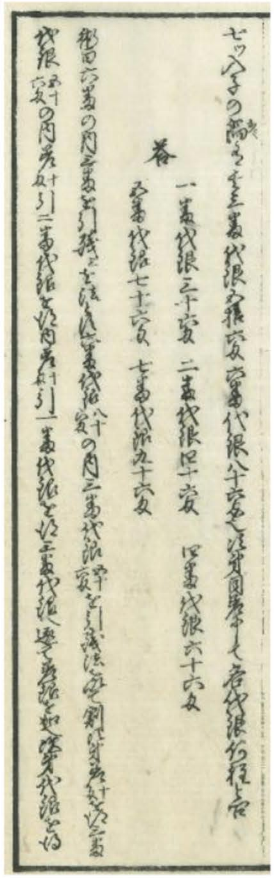
答．９６（匁）

初級問題

初級問題は一関の和算家千葉胤秀が編集した『算法新書』（文政１３年(1830)刊）のからの出題です。

巻之二の差分（さぶん）という項目の問題です。差分は、ある数を一定の法則によって配分することで、鶴亀算も差分の問題です。

原文の問題と答えは、次のように書いていて、代銀が不明な鍋の代銀それぞれを求める問題でした。



『算法新書』巻二

> 七ツ入子の鍋有り。其の三番代銀五拾六匁、六番代銀八十六匁也、次第同差にして各代銀何程と問う
>
> 答　一番代銀三十六匁　二番代銀四十六匁
> 　　四番代銀六十六匁
> 　　五番代銀七十六匁　七番代銀九十六匁
>
> 術曰、六番の内三番を引き残り三を法とす、六番代銀八十六匁の内三番代銀五十六匁を引き残り法を以って割り次第差十匁を得る、三番代銀五十六匁の内差十匁引き二番代銀を得、内差十匁引一番代銀を得、三番代銀へ逐て差銀を加え次第代銀を得る。

問題と答えの後に、「術曰(術にいわく)」として解き方が書いていますが、これを現代の式に直すと次のようになります。今回、多くの方が同じ方法で解いています。

術

六番の内三番を引き残り三を法とす

６－３＝ ３・・・法

六番代銀八十六匁の内三番代銀五十六匁を引き

８６－５６＝ ３０

残り法を以って割り次第差十匁を得る

３０÷３＝１０

三番代銀五十六匁の内差十匁引き二番代銀を得

５６－１０＝４６・・・二番代銀

内差十匁引一番代銀を得、

４６－１０＝３６・・・一番代銀

三番代銀へ逐て差銀を加え次第代銀を得る。

５６＋１０＝６６・・・四番代銀

６６＋１０＝７６・・・五番代銀

８６＋１０＝９６・・・七番代銀

今回の初級問題には、江戸時代に大変読まれた数学書『塵劫記』の「入子さんの事」の図を使用しました。

『塵劫記』では、
八つ入れ子の鍋があります。大きさは、順番に１升、２升、３升、４升、５升、６升、７升、８升です。この８つの鍋の代銀の合計が４３匁２分という時、１升の鍋の代銀を求めなさい。

という問題で、

１＋２＋３＋４＋５＋６＋７＋８＝３６

４３．２÷３６＝１．２

１升の代銀は１匁２分

と解答しています。

この部分は中学校の数学の教科書に載っていたことがあるので、見たことがある人もいるかもしれません。